



**Titre:** Étude du transfert thermique conjugué dans les cavités  
Title: rectangulaires en convection naturelle

**Auteur:** Hervé Frank Nouanegué  
Author:

**Date:** 2008

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Nouanegué, H. F. (2008). Étude du transfert thermique conjugué dans les cavités  
Citation: rectangulaires en convection naturelle [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8163/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8163/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DU TRANSFERT THERMIQUE CONJUGUÉ DANS  
LES CAVITÉS RECTANGULAIRES EN CONVECTION  
NATURELLE

HERVÉ FRANK NOUANEGUÉ  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME PHILOSOPHIAE DOCTOR  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
JUN 2008



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-46112-9*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-46112-9*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée

ÉTUDE DU TRANSFERT THERMIQUE CONJUGUÉ DANS LES CAVITÉS  
RECTANGULAIRES EN CONVECTION NATURELLE

présentée par: NOUANEGUE Herve Frank

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. NGUYEN Hung The, Ph.D., président

M. BILGEN Ertugrul, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. SAVADOGO Oumarou, D. d'état, membre

M. LAMARCHE Louis, Ph.D., membre

À ma conjointe Manuela VRIGNAUD

À mon père Gérard NOUANEGUE

À ma mère Louise KANMOGNE

À ma fille Anaëlle NOUANEGUE

## REMERCIEMENTS

Ma gratitude va en premier lieu à mon directeur de thèse, le Professeur Ertugrul Bilgen, pour sa collaboration, sa disponibilité et ses judicieux conseils. Ses encouragements et sa confiance en mes possibilités ont rendu possible l'achèvement de ce projet.

Je désire remercier du fond du cœur ma compagne, Manuela Vrignaud, pour son soutien de tout temps, pour avoir mis les conditions favorables à l'accomplissement de cette thèse.

J'aimerais également rendre hommage à mon collègue et ami Atlan Muftuoglu, avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler. Sa collaboration a été essentielle à la qualité du travail accompli.

Je remercie profondément le Président et les membres du Jury, les professeurs Hung The Nguyen., Oumarou Savadogo, Louis Lamarche et Andrei Olekhnovitch pour avoir acceptés de participer au Jury.

J'envoie un grand merci à mon père, Gérard Nouanegue, pour la motivation qu'il m'a inculqué depuis ma tendre enfance pour atteindre cet objectif, et à ma mère, Louise Kanmogne, qui m'a donné les moyens d'y arriver.

Finalement, j'adresse mes vifs et sincères remerciements à toute ma famille, en particulier à ma sœur Stéphanie Nouanegue, pour leurs encouragements, ainsi qu'à Olivier Tientcheu et tous mes amis, pour leur soutien indéfectible.

## RÉSUMÉ

L'application de la convection naturelle dans le développement de nouvelle technologie permet de réduire la consommation d'énergie fossile et l'exploitation de l'énergie solaire. Dans le cadre actuel de montée des prix des hydrocarbures et de réchauffement de la planète, cette solution propre et renouvelable fait l'objet de recherche importante. Les applications de la convection naturelle se font dans les domaines comme le refroidissement des pièces électroniques, le captage des rayons solaires pour les besoin de ventilation ou de chauffage des bâtiments, etc. Cette dernière application va faire l'objet d'une attention particulière dans cette thèse. Le système, où la technique de convection naturelle est utilisée, peut être assimilé à une cavité. L'étude de la convection naturelle dans cette cavité demande une connaissance profonde sur le transfert de chaleur.

Cette thèse a pour objet principal de déterminer les effets du transfert de chaleur par conduction et par radiation sur la convection naturelle dans la cavité en fonction de sa forme géométrique et des propriétés physiques du système. Un modèle mathématique est développé pour atteindre cet objectif. Une méthode numérique est utilisée pour combiner les trois modes de transmission. Pour ce faire, le modèle de la conduction et la convection est construit sur la base des méthodes de différences finies et de volume de contrôle. La radiation y est ajoutée sous forme de source de chaleur introduite dans le volume de contrôle à l'interface entre les domaines fluide et solide.

Quatre cas de configuration géométriques de la cavité sont étudiés. Le premier est un système fermé composé d'une cavité carrée inclinée. Dans le second, une paroi solide de la cavité est ôtée pour obtenir un système ouvert. On y étudie aussi l'influence du facteur de forme. Les deux derniers cas sont étudiés pour comprendre le

comportement de deux configurations typiques utilisées dans la construction des bâtiments. L'une est la cheminée solaire utilisée pour la ventilation et l'autre le mur solaire ou fréquemment appelé mur Trombe, utilisé dans le chauffage des bâtiments.

Les résultats principaux obtenus sont mentionnés ci-dessous.

De manière générale à toutes les configurations, le flux de chaleur par radiation représente une partie très importante du transfert de chaleur total dans la cavité et quelque soit sa configuration. Dans le cas d'une émissivité idéale, lorsque les faces sont considérées comme des corps noirs, cette part est d'au moins 25% et peut aller jusqu'à 97%. La circulation de l'air dans la cavité est accrue par une meilleure émissivité des parois. On a déterminé que les échanges par rayonnement avec tendance à uniformiser la température dans la cavité et donc à diminuer le transfert de chaleur par convection. Le transfert par conduction est défini par la conductance du mur. Plus spécifiquement pour chaque cas étudié, on a obtenu les résultats suivant :

- i. l'inclinaison de la cavité fermée apporte une modification de l'écoulement; son effet sur le transfert de chaleur est plus marqué lorsque la source de chaleur se retrouve plus haute que le domaine fluide;
- ii. le facteur de forme de la cavité ouverte a un effet important sur la circulation de l'air; néanmoins, son influence sur le transfert de chaleur est faible;
- iii. l'augmentation de la conductance entraîne une augmentation de la convection et du débit de l'air dans la cheminée solaire; ce résultat est très important pour engendrée de la ventilation;
- iv. le rendement thermique du mur solaire diminue en fonction de l'émissivité et de la différence de température entre les deux faces externes du canal.



## ABSTRACT

Energy conservation is one of the most important areas of research and development. In parallel and in conjunction with it, developing clean energy technologies using renewable energy sources is similarly an important area to provide a sustainable energy supply. In this way, the quality of life will continue to flourish and at the same time the environment will be protected. For this purpose, devices operating on the principal of passive utilization techniques are used in different applications such as solar collectors, passive cooling and heating of buildings and others. Many of these applications make use of open and/or closed enclosures having different geometries, in which heat transfer by natural convection is used often with conjunction of conduction and surface radiation. To have the best thermal performance of these devices, the understanding of conjugate heat transfer in basic geometries is essential.

The aim of this thesis is to study the influence of conduction and radiation heat transfer on natural convection in rectangular enclosures with different geometries and properties. A mathematical model of the system is developed which combines heat transfer by convection, conduction and radiation. A numeric code based on the volume control method is developed to simulate open and close systems with different geometries, in which the conservation equations of mass, momentum and energy are solved using the control volume method and the radiation heat exchange equations are added by calculating radiative heat flux on the emitting surfaces and treating it as a local heat source for the conjugate heat transfer by the three modes.

Four specific configurations have been studied. The first one is a closed square inclined cavity containing a massive wall. The second configuration is an open cavity.

The last two configurations involve passive cooling and heating systems in which the air circulates in long vertical channels.

Numerical results for all the configuration show that radiative heat transfer represents an important part of the total heat transfer for all studied configurations. In the case where surfaces are assumed to be black bodies, this part is at least 25% and can increase up to 97%, i.e. air circulation is enhanced by surface radiative exchange. On the other hand, it is shown that heat exchange by surface radiation makes the surface temperatures more uniform as a result of which natural convection is reduced. As expected, the wall conductance is an important parameter in the conduction heat transfer through the wall and hence in the thermal performance of the massive wall. More specifically for each studied case, the obtained results are the following:

- i. the close cavity inclination has a significant effect on the flow field; its effect is enhanced when the heat source is placed in the upper part of the flow domain.
- ii. the aspect ratio of the open cavity affects the air circulation but its influence on the heat transfer is less important;
- iii. the heat transfer by natural convection increases with the wall conductance for the case of solar chimney, and thus, the ventilating capacity of the channel is enhanced;
- iv. the thermal efficiency of the passive system with thermal mass is reduced when the heat exchange by surface radiation is accounted for and the temperature difference between both external vertical boundaries increases.

## TABLE DES MATIÈRES

Dédicace.....	iv
Remerciement .....	v
Résumé.....	vi
Abstract .....	viii
Table des matières.....	x
Liste des tableaux.....	xv
Liste des sigles et abréviations.....	xx
Introduction.....	1
I. Revue de la littérature .....	5
1.1. Études expérimentales .....	5
1.2. Études analytiques .....	8
1.3. Études numériques .....	9
1.4. Conclusion de la revue bibliographique.....	19
II. Modèle mathématique.....	22
2.1 Introduction.....	22
2.2 Hypothèse de travail .....	22

2.3	Équations gouvernantes .....	23
2.3.1	Modélisation de la conduction .....	23
2.3.2	Modélisation de la convection .....	24
2.3.3	Couplage de la conduction et de la convection.....	25
2.3.4	Modélisation de la radiation.....	26
2.3.5	Formulation sans dimension .....	29
2.3.5.1	Équations adimensionnelles de conduction et convection .....	30
2.3.5.2	Équation adimensionnelle de radiation .....	31
2.3.5.3	Conjugaison des trois modes de transfert de chaleur .....	32
2.4	Définition des conditions aux frontières .....	35
2.5	Calcul des variables de sortie : le nombre de Nusselt, le débit massique et la fonction de courant. ....	36
2.5.1.	Nombre de Nusselt $Nu$ .....	36
2.5.2.	Calcul du débit volumique $\dot{V}$ .....	37
2.5.3.	Calcul de la fonction de courant $\psi$ .....	38
III.	Méthode numérique .....	39
3.1.	Discrétisation du domaine de calcul .....	39
3.2.	Discrétisation des équations.....	40

3.2.1	Équation de convection – conduction .....	40
3.2.2	Calcul des paramètres sur les faces du volume de contrôle .....	44
3.2.3	Équation de radiation .....	44
3.2.3.1	Calcul du facteur de vue .....	45
3.2.3.2	Discrétisation de l'équation de radiation .....	45
3.3.	Numérisation des conditions aux frontières .....	47
3.4.	Algorithme de résolution des équations .....	50
IV.	Étude du transfert de chaleur conjugué dans une cavité inclinée limitée par un mur	51
4.1	Introduction .....	52
4.2	Description de système .....	53
4.3	Conditions aux frontières .....	54
4.4	Méthode numérique .....	54
4.5	Résultats et discussion .....	56
4.6	Conclusion .....	70
V.	Étude des trois modes de transfert de chaleur dans une cavité ouverte limitée par un mur .....	72
5.1	Introduction .....	72
5.2	Description du système .....	73

5.3 Conditions aux frontières .....	74
5.4 Validation du code numérique .....	74
5.5 Résultats et discussions.....	76
5.6 Conclusion .....	89
VI. Étude du transfert de chaleur conjugué dans une cheminée solaire.....	92
6.1 Introduction.....	92
6.3 Conditions aux frontières .....	94
6.4 Validation du code numérique .....	97
6.5 Résultats et discussions.....	98
6.6 Conclusion .....	111
VII. Étude de transfert thermique conjugué dans un système passif avec masse thermique. ....	113
7.1 Introduction.....	113
7.3 Conditions aux limites .....	115
7.4 Validation du code numérique .....	116
7.5 Résultats et discussion .....	118
7.6 Conclusion .....	139
Conclusion générale.....	141

Références .....	147
Annexe 1 – Procédure de définition des interfaces en vue .....	165

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Paramètres pour chaque variable dans l'équation générale .....	42
Tableau 4.1 – Validation du code numérique avec l'étude effectuée par Yedder et al. [63] .....	53
Tableau 4.2 – Validation du code numérique avec l'étude effectuée par Merhzab et al. [72] .....	54
Tableau 4.3 – Étude de convergence à $Ra = 10^9$ et $3 \times 10^{10}$ pour $A=1$ , $\ell/L=0.10$ , $k_r=20$ .....	57
Tableau 5.1 – Comparaison des résultats du code numérique et ceux de l'étude de convection naturelle et conduction de Polat et Bilgen [85]. .....	75
Tableau 5.1 – Résultats de l'étude de convergence .....	76
Tableau 6.1 – Résultats de l'étude de convergence .....	97
Tableau 6.2 – Comparaison des résultats du code numérique et ceux de l'étude expérimentale de Krichnan et al. [36].....	98
Tableau 7.1 – Résultats de l'étude de convergence .....	118



## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 – Paramètres géométriques pour les surfaces perpendiculaires.....	28
Figure 2.2 – Paramètres géométriques pour les surfaces parallèles.....	28
Figure 2.3 – Bilan d'énergie sur une interface fluide/solide.....	33
Figure 3.1 – Maillage non uniforme .....	41
Figure 3.2 – Maillage décalé.....	41
Figure 3.3 – Algorithme de résolution numérique.....	51
Figure 4.1 – Schéma descriptif de la cavité fermée avec le système de coordonnées .....	53
Figure 4.2 – $Nu$ , $q_c/q_t$ et $q_r/q_t$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ .....	59
Figure 4.3 – Variation locale de la température et de $Nu$ sur la paroi chauffée $X=0$ à $\varepsilon=0$ et 1, pour $Ra=10^{10}$ .....	60
Figure 4.4 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) avec $\ell/L=0.1$ pour $\varepsilon=0$ et $\varepsilon=1$ et pour a) $Ra=10^8$ , b) $Ra=10^{10}$ .....	62
Figure 4.5 – Isothermes au coin gauche du canal ( $X=0.9276$ à 1, $Y=0$ à 0.0460) et pour $\varepsilon=0$ et $\varepsilon=1$ à $Ra=10^{10}$ .....	63
Figure 4.6 – $Nu$ en fonction de $k_r$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra$ .....	63
Figure 4.7 – $q_c/q_t$ et $q_r/q_t$ fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de $k_r$ avec $\varepsilon=0$ et 1 .....	64
Figure 4.8 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) avec $\ell/L=0.0$ pour $\varepsilon=0$ et $\varepsilon=1$ et pour a) $Ra=10^8$ , b) $Ra=10^{10}$ .....	66
Figure 4.9 – $Nu$ et $q_r/q_t$ fonction de $\ell/L$ pour différentes valeurs de $Ra$ avec $\varepsilon=0$ et 1 .....	67

Figure 4.10 – $Nu$ et $q_r/q_t$ fonction de $\varphi$ pour différentes valeurs de $Ra$ avec $\varepsilon=0$ et 1 .....	68
Figure 4.11 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) à $Ra=10^{10}$ avec $\varepsilon=0$ et 1 pour a) $\varphi=60^\circ$ , b) $\varphi=120^\circ$ , c) $\varphi=150^\circ$ .....	69
Figure 5.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées .....	73
Figure 5.2 – Lignes de courant pour $\ell/L=0.05$ , $k_r=20$ et $\varepsilon=0, 0.5, 1$ avec a) $Ra=10^{10}$ , b) $Ra=10^{11}$ , c) $Ra=10^{12}$ .....	78
Figure 5.3 – Isothermes pour $\ell/L=0.05$ , $k_r=20$ et $\varepsilon=0, 0.5, 1$ avec a) $Ra=10^{10}$ , b) $Ra=10^{11}$ , c) $Ra=10^{12}$ .....	79
Figure 5.4 – $Nu$ , $q_c/q_t$ , $q_d/q_t$ , $q_r/q_t$ et $\dot{V}$ fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ .....	80
Figure 5.5 – Variation locale de la température et de $Nu$ sur trois surfaces dans la cavité pour $A=1$ , $\ell/L=0.05$ , $k_r=20$ et $Ra=10^{10}$ .....	82
Figure 5.6 – $Nu$ en fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et $k_r$ .....	83
Figure 5.7 – Le débit $\dot{V}$ en fonction de $k_r$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra$ .....	84
Figure 5.8 – $q_c/q_t$ , $q_d/q_t$ et $q_r/q_t$ en fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $k_r$ avec $Ra=10^9$ et $10^{12}$ .....	85
Figure 5.9 – $Nu$ , $q_c/q_t$ , $q_d/q_t$ , $q_r/q_t$ et $\dot{V}$ en fonction de $\ell/L$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra$ .....	87
Figure 5.10 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour $\ell/L=0.05$ , $k_r=20$ , $Ra=10^{11}$ , $\varepsilon=0$ et 1 avec a), $A=0.7$ b) $A=0.4$ .....	88
Figure 5.11 – $Nu$ , $q_c/q_t$ , $q_d/q_t$ , $q_r/q_t$ et $\dot{V}$ en fonction de $A$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra$ .....	90
Figure 6.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées .....	93

Figure 6.2 – Domaine de travail allongé a) allongement à la sortie; b) allongement à l'entrée.....	95
Figure 6.3 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ .....	100
Figure 6.4 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ .....	101
Figure 6.5 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour $\varepsilon=0$ et $\varepsilon=1$ et pour a) $Ra=10^9$ , b) $Ra=10^{10}$ , c) $Ra=10^{11}$ . ....	103
Figure 6.6 – Vecteurs—vitesses pour $\varepsilon=0$ et $\varepsilon=1$ et pour a) $Ra=10^9$ , b) $Ra=10^{10}$ , c) $Ra=10^{11}$ .....	104
Figure 6.7 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $k_r$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra=10^{10}$ .....	106
Figure 6.8 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $Ra$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $k_r$ .....	106
Figure 6.9 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $A$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra=10^{10}$ .....	108
Figure 6.10 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $\ell/L$ et $\ell'/L$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra=10^{10}$ .....	109
Figure 6.11 – $Nu$ , $q_r/q_i$ et $\dot{V}$ fonction de $h/L$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ et $Ra=10^{10}$ .....	110
Figure 7.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées ....	114
Figure 7.2 – Validation de l'étude de Aung et al. [47] .....	117
Figure 7.3 – Calcul du rendement de transfert et du rapport de flux .....	120
Figure 7.4 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de $\Delta T$ pour le cas sans isolation :a) $\varepsilon=0$ et $Ra=10^7$ , b) $\varepsilon=0$ et $Ra=10^9$ . ....	122
Figure 7.5 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de $\Delta T$ pour le cas sans isolation :a) $\varepsilon=1$ et $Ra=10^7$ , b) $\varepsilon=1$ et $Ra=10^9$ .....	123

Figure 7.6 – Cas1 : le débit $\dot{V}$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ .....	125
Figure 7.7 – Cas 1 : les flux de chaleur $q_c/q_i$ et $q_r/q_i$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ avec $q_i$ représentant $q_c$ et $q_r$ .....	126
Figure 7.8 – Cas 1 : le rendement de transfert $\eta$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ .....	127
Figure 7.9 – Cas 1 : $\eta$ , $\dot{V}$ , $q_c/q_i$ et $q_r/q_i$ fonction de $A$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ avec $Ra=10^8$ et $\Delta T=10$ .....	129
Figure 7.10 – Cas 1 : $\eta$ , $\dot{V}$ , $q_c/q_i$ et $q_r/q_i$ fonction de $k_r$ pour différentes valeurs de $\varepsilon$ avec $Ra=10^8$ et $\Delta T=10$ .....	130
Figure 7.11 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de $\Delta T$ pour le cas avec isolation : a) $\varepsilon=0$ et $Ra=10^7$ , b) $\varepsilon=0$ et $Ra=10^9$ .....	132
Figure 7.12 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de $\Delta T$ pour le cas avec isolation : a) $\varepsilon=1$ et $Ra=10^7$ et b) $\varepsilon=1$ et $Ra=10^9$ .....	133
Figure 7.13 – Cas 2 : le débit $\dot{V}$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ .....	134
Figure 7.14 – Cas 2 : le flux de chaleur $q_c/q_i$ et $q_r/q_i$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ .....	135
Figure 7.15 – Cas 2 : le rendement de transfert $\eta$ fonction de $\varepsilon$ pour différentes valeurs de $Ra$ et de $\Delta T$ .....	136
Figure a.1 – Identification des interfaces suivant l'orientation du coté fluide, $i=1, 2, 3$ : représentant le numéro de l'interface .....	165
Figure a.2 – Coordonnées attribuées à deux interfaces quelconques.....	166
Figure a.3 – Coordonnées pour identifier une interface 3 située entre deux interfaces 1 et 2 en vue.....	168

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$A$	facteur de forme, $H/L$
$B$	radiosité, $W/m^2$
$C_p$	chaleur massique, $J/kg \cdot K$
$F_{ij}$	facteur de vue
$G$	rayonnement global, $W/m^2$
$g$	pesanteur, $m/s^2$
$H$	hauteur de la cavité, m
$h$	hauteur du canal d'entrée et de sortie, m
$h'$	coefficient de convection, $W/m^2 \cdot K$
$k$	conductivité thermique, $W/m \cdot K$
$k_r$	rapport de conductivité, $= k_s/k_f$
$L$	largeur de la cavité, m
$\ell'$	largeur du canal, m

$\ell$	largeur du mur, m
$N_r$	nombre de radiation, $= \sigma T_\infty^4 / q''$
$Nu$	nombre de Nusselt
$p$	pression, Pa
$P$	pression adimensionnelle, $= (p - p_\infty) L^2 / \rho \alpha^2$
$Pr$	nombre de Prandtl, $= \nu / \alpha$
$q$	flux de chaleur, $W/m^2$
$q'''$	source de chaleur, $W/m^3$
$q''$	flux de chaleur total, $W/m^2$
$q_c$	flux de chaleur par convection, $W/m^2$
$q_r$	flux de chaleur par radiation, $W/m^2$
$q_d$	flux de chaleur par conduction, $W/m^2$
$Ra$	nombre de Rayleigh, $= g \beta q'' L^4 / (\nu \alpha k)$
$t$	temps, s
$T$	température, K
$u, v$	vitesse du fluide, m/s
$U, V$	vitesse adimensionnelle du fluide, $= uL/\alpha, vL/\alpha$

$\dot{V}$	débit adimensionnelle du fluide à la sortie de la cavité
$x, y$	coordonnées cartésiennes, $m$
$X, Y$	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $= x/L, y/L$ ,

### Symboles Grecs

$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2/s$
$\beta$	coefficient d'expansion thermique volumétrique, $1/K$
$\delta_{ij}$	Kronecker delta
$\varepsilon$	émissivité de surface
$\zeta$	flux de chaleur adimensionnel par radiation, $= q_r / \sigma T_\infty^4$
$\nu$	viscosité cinématique, $m^2/s$
$\mu$	viscosité dynamique, $kg/ms$
$\varphi$	angle d'inclinaison, $^\circ$
$\eta$	rendement thermique
$\rho$	densité du fluide, $kg/m^3$
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $W/m^2.K^4$
$\Psi$	fonction de courant adimensionnel

$\theta$  température adimensionnelle,  $= (T - T_{\infty}) / (q'' L / k_f)$

$\Theta$  température relative adimensionnelle,  $= T / T_{\infty}$

$\gamma$  ration de température,  $= T_{\infty} / (q'' L / k_f)$

### Exposants

- valeur moyenne

### Indices

a air

f fluide

in de l'extérieur vers l'intérieur

out de l'intérieur vers l'extérieur

ext extremum

s solide

$\infty$  valeur ambiante



## INTRODUCTION

Dans le contexte mondial actuel, la consommation d'énergie fossile pose un problème important pour le développement à long terme de l'économie. Les pays émergents ajoutent à cette situation leur frénésie consommatrice, ce qui rend la résolution du problème encore plus ardue. Néanmoins, il est universellement reconnu que la solution passe par une utilisation plus fréquente des énergies renouvelables [1]. En plus, quelque soit la source d'énergie, il est souhaitable d'introduire des types de techniques qui permettent de fournir du travail utile en diminuant la dépense d'énergie fossile. Les deux objectifs de l'utilisation d'énergie propre et de la conservation d'énergie sont remplis par le développement de technologie utilisant la convection naturelle. La convection naturelle est un type de convection qui se crée par le phénomène de réchauffement d'un fluide en contact avec une paroi solide. La densité du fluide s'en trouve modifiée et une circulation ascendante se crée par effet de flottaison ou poussée d'Archimède. Cette circulation entraîne un courant qui peut être utilisé à diverses fins : refroidir des pièces dans les boîtes électroniques [2], chauffer l'eau pour certains besoins domestiques [3], la ventilation et le chauffage des bâtiments [4], etc.

Ces applications de la convection naturelle s'effectuent généralement dans un domaine confiné qui répond à la définition de la cavité proposée par Yang [5]. La forme géométrique de cette cavité a une importance marquée dans le développement de la technologie en convection naturelle. On distingue des cavités à faible facteur de forme. Des applications comme les capteurs solaires, certains types de constructions, des boîtes de pièces électroniques, sont formés par des cavités presque carrées. Un autre type de cavité est identifiable à sa forme allongée. Dans cette thèse, ce type de géométrie va être identifié comme étant un canal, et seuls les canaux verticaux feront l'objet d'un intérêt.

Ce choix est lié à l'intérêt porté par cette thèse sur les technologies comme la ventilation et le chauffage du bâtiment.

L'étude de la convection naturelle, dans les cavités, est effectuée, dans cette thèse, de manière théorique et plus fondamentale. On va alors distinguer deux types de systèmes qui peuvent idéalement être formés par une cavité : le système fermé et le système ouvert. Cette distinction est nécessaire pour une étude appropriée de différents types de systèmes, mais elle correspond aussi à une modélisation de problèmes technologiques réels. Un système, formé par de l'air en circulation dans un réfrigérateur, peut être modélisé par un système fermé et un système de cheminée plutôt par un système ouvert. La compréhension des phénomènes liés à la convection naturelle, dans les cavités, demande une bonne connaissance du transfert de chaleur dans les trois modes de transmission, soit la convection, la conduction et la radiation. C'est le transfert de chaleur sous ses trois formes qui déterminent le comportement général du système.

L'objectif principal de cette thèse est de déterminer l'influence de la conduction et de la radiation sur le transfert de chaleur par convection naturelle et l'écoulement de l'air dans une cavité chauffée latéralement par rayonnement solaire, si on tient compte des propriétés physiques et géométriques du système ainsi formé, et des positions réalistes des entrées et sorties. Afin d'atteindre cet objectif, les étapes suivantes sont fixées :

1. développer un modèle mathématique et une méthode numérique capables de simuler le transfert de chaleur dans les trois modes de transmission, et l'écoulement de l'air dans un système composé d'une cavité à géométries variables, ouvert ou fermé, avec des propriétés physiques variables et un système de chauffage flexible;
2. effectuer une étude pour déterminer le degré d'influence des échanges par rayonnement, de la conduction, des paramètres géométriques de la cavité et des

propriétés physiques du fluide sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide dans une cavité fermée;

3. effectuer une étude pour déterminer le degré d'influence des échanges par rayonnement, de la conduction, des paramètres géométriques de la cavité et des propriétés physiques du fluide sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide dans une cavité ouverte;

4. étudier l'influence de la position de l'entrée et de la sortie sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide;

5. comprendre les effets de l'allongement de la cavité;

6. étudier l'influence de la radiation et des paramètres du système dans l'utilisation de la convection naturelle pour la ventilation, le chauffage et le refroidissement.

Cette question a fait l'objet de plusieurs études dans la littérature. Le chapitre I va faire état de l'avancée des connaissances générales sur la question en présentant les travaux publiés dans les revues scientifiques. Le type de résolution expérimental, analytique ou numérique va être un critère de différenciation des travaux. On va commencer par présenter les études effectuées sur la base des méthodes expérimentales et analytiques. Ensuite, une étude bibliographique, plus poussée des travaux numériques, sera effectuée. Les modes de transfert de chaleur modélisés et, surtout, la place du transfert par rayonnement, ainsi que la forme géométrique de la cavité vont faire l'objet d'une attention particulière. Ensuite, les résultats obtenus par le travail effectué pour cette thèse vont être présentés dans les chapitres II à VII. On va commencer par décrire le modèle mathématique, puis la méthode numérique à la base du code numérique utilisé pour les simulations respectivement aux chapitres II et III. Ensuite, dans les quatre chapitres qui suivront, soit IV, V, VI et VII, les résultats obtenus, pour chaque étude

effectuée dans le but d'atteindre les objectifs spécifiques, seront présentés. Chacun de ces chapitres comprendra une introduction et une conclusion. La présentation va se terminer par une conclusion générale où on va discuter de l'atteinte de l'objectif général de cette thèse, des réponses importantes apportées aux connaissances scientifiques et des perspectives de la recherche dans le domaine étudié.

## I. REVUE DE LA LITTÉRATURE

Il existe différents travaux de recherche qui se sont attelés à déterminer l'influence des paramètres géométriques de la cavité, des propriétés physiques du fluide, des conditions externes et de la convection naturelle sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide. Ceci, afin de comprendre et commenter les phénomènes physiques qui régissent le processus de transfert de chaleur dans les cavités. Les études ont été effectuées avec différentes méthodes de résolution tant expérimentales, analytiques que numériques. Certaines de ces études ont traité le problème sous deux angles, en utilisant deux méthodes de résolution, souvent pour les comparer. La méthode expérimentale est souvent complétée d'une étude analytique ou numérique. Dans cette revue de littérature, chaque méthode de résolution sera présentée dans une section, même si le travail a été effectué dans une seule étude. Quatre formes géométriques particulières de la cavité ont fait l'objet d'une étude poussée dans cette thèse : une cavité rectangulaire fermée, une cavité rectangulaire ouverte, un canal avec deux parois massives, ainsi qu'un canal avec une paroi massive et un vitrage. L'intérêt majeur de cette étude bibliographique est de mettre en lumière les travaux numériques précédents qui justifient la pertinence des études effectuées pour cette thèse.

### 1.1. ÉTUDES EXPÉRIMENTALES

**Cavités rectangulaires fermées :** Plusieurs études expérimentales ont été menées sur les cavités fermées de faible facteur de forme [6-14]. Certaines études traitent de la convection naturelle dans les cavités fermées dans un but plus fondamental. Mergui et Penot ont étudié expérimentalement la convection naturelle dans une cavité fermée chauffée sur une face latérale pour un nombre de Rayleigh  $Ra = 1.69 \times 10^9$ . Dans

un premier temps , ils ont effectué une analyse de la structure de l'écoulement de l'air et du transfert de chaleur dans la cavité [6], et ensuite ils ont étudié les conditions d'apparition de l'écoulement turbulent [7]. Avec une géométrie et les conditions de chauffage de la cavité semblable, Ramesh et Venteskateshan [15] ont proposé une corrélation  $Nu = 0.560Gr^{0.195}$  valable pour  $5 \times 10^4 \leq Gr \leq 2 \times 10^6$ . D'autres études ont été effectuées en traitant des effets de la température des faces horizontales sur le transfert de chaleur [12,14]. Certaines traitent du problèmes de cavités chauffées par le bas [10], refroidies sur une face pour analyser le transfert de chaleur dans les réfrigérateurs [11,13].

**Cavités rectangulaires ouvertes :** Des études expérimentales se sont penchées sur le cas de cavités ouvertes à faible facteur de forme [16-23] Différentes positions de l'ouverture ont été étudiées. Certains travaux se sont penchés sur les cavités chauffées et ouvertes latéralement [16], et en traitant l'effet de l'inclinaison de la cavité [17-19]. D'autres études ont traité du cas d'une cavité chauffée latéralement et ouverte par le haut [20,21]. L'influence de multiples ouvertures sur l'écoulement de l'air et le transfert de chaleur a été étudiée par Nada et Moawad [22]. L'effet du refroidissement d'une face de la cavité a été étudié [23] pour comprendre ce qui se passe dans les réfrigérateurs lorsqu'ils sont ouverts.

**Canal avec parois massives :** Le but principal des études, dans ce domaine, est de déterminer l'influence des différentes caractéristiques du canal, du fluide et de l'environnement sur le transfert de chaleur entre le fluide, les parois du canal et l'environnement. Dans cet objectif, la recherche expérimentale est assez efficace et donne des résultats plus directement exploitables. Plusieurs études ont été menées dans ce cadre [24-36]. En utilisant l'eau comme fluide caloporteur, Azevedo et Sparrow [24] ont effectué une étude sur le cas des canaux inclinés. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur était contrôlé par une fonction de puissance du produit du nombre de Rayleigh, du facteur de forme et du cosinus de l'angle d'inclinaison. Le fluide caloporteur étant

l'eau, le transfert de chaleur par radiation est négligeable. Ainsi, les résultats ne peuvent pas être généralisés au cas où l'air serait le fluide caloporteur. D'autres études, connexes au sujet de cette thèse, ont traité de l'influence d'un allongement adiabatique du canal sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air [33,34] et de l'utilisation des capteurs solaires photovoltaïques pour les besoins de chauffage des bâtiments ou de ventilation dans les bâtiments [26,27,29,36]. Certaines études ont traité un canal, avec parois massives, chauffé latéralement avec l'air comme fluide caloporteur. Le travail de Onur et Aktas [30] traite du cas d'un canal chauffé par le haut. Ils ont trouvé des résultats, en moyenne, de 15% supérieurs à ceux de Azevedo et Sparrow [24]. Khedari et al. [31] ont, pour leur part, redéfini la corrélation entre le nombre de Nusselt, le nombre de Rayleigh, et le facteur de forme. Manca et al. [32] ont montré que, dans ce type de géométrie, l'écoulement pouvait être laminaire. Bouchair [25] a traité une géométrie du canal semblable à l'une des géométries étudiées dans cette thèse. Néanmoins, le système n'a été évalué que pour un fonctionnement nocturne en utilisant le stockage d'énergie dans les parois massives. Très peu d'études traitent de l'influence de l'émissivité des parois. Krishnan et al. [37,38] ont calculé la part du transfert par radiation dans le transfert de chaleur total, à l'intérieur d'un canal vertical chauffé par un flux constant, mais sans varier l'émissivité des parois. En utilisant deux types de paroi, l'une en aluminium et l'autre en gypse, Puangsombut et al. [35] ont, quant à eux, montré l'effet bénéfique de l'émissivité des plaques sur le débit dans le canal.

**Canal avec une paroi massive et un vitrage :** Ce type de géométrie s'applique aux systèmes passifs avec masse thermique. Ce problème a fait l'objet de différentes études expérimentales dans la littérature [39-46]. Certaines études se penchent sur le cas de l'utilisation du système comme une cheminée solaire. Elles sont complètement expérimentales [31] ou complétées par une étude analytique [39,41-44]. D'autres travaux traitent du système comme mur solaire ou mur Trombe, plus souvent installé sur les fenêtres des bâtiments [40,45,46]. Cette dernière étude est complétée d'une modélisation numérique qui sera présentée dans un paragraphe dédié à celle-ci

Dans la plupart des études expérimentales, la position interne à la cavité de l'élément chauffant des capteurs de température exclue souvent la prise en compte de la conduction dans les parois. En plus, la part du transfert de chaleur par radiation dans le transfert total n'est pas toujours mise en évidence. Les corrélations proposées ne tiennent pas compte d'aspect géométrique ou de l'émissivité des parois qui ont certainement un rôle important dans le transfert de chaleur. Bien que l'étude expérimentale soit la méthode la plus efficace, et donne une bonne idée du transfert de chaleur et de la circulation de l'air dans une cavité, elle doit très souvent être complétée par une étude analytique ou numérique qui permette d'élargir les champs de recherche.

## 1.2. ÉTUDES ANALYTIQUES

Cette méthode est généralement utilisée dans le cas de géométrie où la méthode numérique reste assez complexe à appliquer. Plusieurs techniques sont utilisées pour simplifier les équations régissant le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide dans les cavités. Gururaja Rao [47] a étudié le transfert de chaleur avec les trois modes de transmission dans une cavité ouverte sur sa face supérieure et avec un élément chauffant monté dans le mur d'une des parois verticales. À partir d'un bilan d'énergie, entre les différentes surfaces en contact, il a établi sept équations différentielles de premier degré résolues avec la méthode des différences finies. Mais, pour arriver à des résultats, certains paramètres, tels que le coefficient de convection, sont fixés de manière approximative. Aung et al. [48] rendent linéaire la chute de pression dans le canal et simplifient les équations gouvernantes. Ceci permet de proposer une corrélation simple, entre le transfert de chaleur et les paramètres du système, comme le type de fluide et la force de la convection naturelle. Cependant, une telle simplification des équations ne permet pas de résoudre les cas de transfert de chaleur conjugué. Un autre type de simplification du système étudié est l'approximation du transfert de chaleur par circuit à nœud analogique au circuit électrique. On peut alors reconstruire le système sous forme



de nœud et résoudre le problème avec des formules classiques de transfert de chaleur [49] et des corrélations. Cette technique est assez utilisée dans le cadre du développement de technologies spécifiques [50-54] ou pour compléter des études expérimentales [39,41-44]. À l'aide d'un modèle mathématique, Bansal et al. [50] ont étudié la possibilité de créer un courant ascendant en combinant un capteur solaire et une cheminée verticale. Ong [52] a proposé, grâce à cette méthode, une technique analytique simple pour évaluer les performances d'une cheminée solaire. L'originalité du travail est qu'il tient compte du transfert par radiation entre les parois du canal. Mais, le développement d'une telle technique analytique fait toujours appel à des corrélations déterminées au préalable, entre les paramètres de transfert de chaleur et les variables d'état du système, pour certains compartiments du système. Ces corrélations sont souvent extrapolées et utilisées dans des contextes différents de ceux requis pour leur utilisation. Dans certains cas, des corrélations, entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh, déterminées pour le cas de convection naturelle dans des cavités fermées, sont utilisées par abus [53,54]. Les résultats analytiques ont montré un certain écart avec ceux des études expérimentales [39,40].

Vu les difficultés qui surviennent dans les études analytiques, la méthode numérique est très souvent choisie pour la résolution des équations mathématiques. Certains aspects, comme la visualisation de la circulation et du champ de température, ne peuvent être obtenus que par des expérimentations ou des simulations en deux ou trois dimensions.

### 1.3. ÉTUDES NUMÉRIQUES

Les phénomènes physiques, qui régissent la mécanique des fluides, peuvent être décrits par les équations mathématiques qui modélisent l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur : la continuité, les équations de Navier – Stokes et l'équation de

l'énergie, en y ajoutant quelques hypothèses [55]. Ces équations sont complexes et non-linéaires, et les nombreuses variables sont couplées. Ainsi, peu de travaux de recherche traitent de la question analytiquement sans y introduire des simplifications importantes qui ne permettent pas, comme on l'a vu précédemment, d'avoir une bonne image de ces phénomènes. Ces difficultés du traitement théorique sont résolues en discrétisant les équations gouvernantes pour les résoudre numériquement. Depuis Elenbaas [56] à nos jours, cette méthode est largement utilisée car elle permet d'obtenir des résultats plus fiables et plus complets que les études analytiques et avec un coût sensiblement moindre que celui des études expérimentales. On va effectuer une étude bibliographique basée sur le mode de transfert de chaleur modélisé dans les travaux. Plusieurs études ont traité le transfert de chaleur en ne tenant pas compte de la convection, certaines y ont introduit la conduction, et d'autres la radiation. Comme nous allons le voir, peu de travaux de recherche traitent du transfert de chaleur conjugué dans ses trois modes de transmission.

**Cavités rectangulaires fermées :** Les problèmes de convection naturelle, dans les cavités, ont fait, depuis longtemps, l'objet d'études numériques poussées. Dans un premier temps, seule la convection est prise en compte dans le développement de méthode numérique de résolution [57-60]. La négligence de la conduction est basée sur l'hypothèse que l'épaisseur des parois solides est sensiblement inférieure aux dimensions du domaine fluide. Celle de la radiation est justifiée par l'hypothèse que la différence de température entre les surfaces émettrices est assez faible pour que le flux de chaleur par radiation soit négligeable par rapport à celui par convection. Dans les systèmes fermés, plusieurs solutions de benchmark sont élaborées en utilisant différentes méthodes numériques [57,59]. Jusqu'à très récemment, les travaux dans cette direction sont approfondis, en utilisant de nouvelles méthodes numériques [60]. Une bonne revue de ce type de problème est présentée par Ostrach [61]. Néanmoins, les résultats de ce type d'études ne peuvent servir qu'à la validation de code numérique, car un seul mode de transfert ne donne pas une idée réelle du transfert de chaleur dans la cavité. L'hypothèse de faibles différences de température entre les faces de la cavité n'est pas

justifiée par les études expérimentales où il a été observé l'importance de la part du flux de chaleur par radiation.

Les améliorations survenues avec l'augmentation remarquable de la puissance numérique ont ouvert la route à des études plus poussées où on tient compte d'au moins deux types de transfert de chaleur : la convection et la conduction [62-65]. Ce type de travail s'avère pertinent, mais plus compliqué. Les équations, qui s'appliquent aux parties fluides et solides, ne sont pas les mêmes. Elles requièrent la prise en compte de la transition fluide/solide sur les parois internes des plaques. En incluant la conduction, il devenait possible de déterminer l'influence de l'épaisseur du mur ou de la conductivité du mur. Ainsi, dans une cavité bordée d'une paroi massive, plusieurs travaux ont montré que l'épaisseur et la conductivité du mur agissent significativement sur le transfert de chaleur [62,64,65]. Mais le transfert de chaleur par radiation est négligé et, donc, une partie importante de l'énergie du système n'est pas prise en compte.

Si dans certains problèmes la conduction peut être négligée, par exemple quand l'épaisseur de la paroi massive est très faible par rapport aux dimensions globales de la cavité, les échanges par radiation sont toujours présents. Ainsi, plusieurs études anciennes et récentes [66-69] ont traité le cas du transfert de chaleur dans une cavité, en tenant compte de la radiation mais sans paroi massive. Balaji et Venkateshan [66] ont étudié les effets de la radiation sur le comportement du transfert de chaleur par convection dans une cavité. Akiyama et Chong [67] ont montré que les échanges radiatifs prenaient une part importante du transfert total de chaleur, dans une cavité fermée avec des températures différentes sur les faces latérales et, les faces supérieures et inférieures isolées. L'effet de l'émissivité des parois est très important sur la stratification de la température dans la cavité. Le même résultat a été obtenu par d'autres études [69,70]. Laguerre et al. [68] ont étudié numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans un réfrigérateur, en tenant compte des échanges par rayonnement. Ils ont déterminé que la température est stratifiée dans la cavité. Ils ont

surtout pu montrer que les résultats des simulations, qui tiennent compte de la radiation, sont beaucoup plus proches de celles des études expérimentales et surtout pour le cas du réfrigérateur vide.

Dans la littérature, il existe quelques études numériques où les trois modes de transfert de chaleurs sont inclus dans le modèle [71-75]. L'une des premières études a été menée par Kim et Viskanta [71]. Mezrhab et Bchir [73] ont étudié l'effet des échanges, par rayonnement, dans une cavité partitionnée avec une différence de température entre les deux faces latérales. Cette étude a montré que le transfert de chaleur augmente significativement avec la prise en compte de la radiation. De plus, les échanges par rayonnement ont tendance à augmenter la circulation de l'air entre les compartiments de la cavité partitionnée. Des résultats semblables ont été trouvés dans plusieurs études ultérieures [75,76]. Pour une cavité carrée avec un bloc en son centre, Mezrhab et al [74] ont montré que la conductivité du bloc accroît le transfert de chaleur. Aucune étude répertoriée ne traite spécifiquement les trois modes de transfert dans une cavité bordée d'une paroi massive.

**Cavités rectangulaires ouvertes :** Les cavités ouvertes, à faible facteur de forme, ont fait l'objet de plusieurs études. Comme dans le cas des cavités fermées, plusieurs études ont négligé la conduction et la radiation [77-83]. Cette technique très utilisée par le passé est quasiment abandonnée sauf pour des cas de géométries complexes [83]. Elle n'a donc que peu d'intérêt pour cette thèse.

En ce qui concerne les travaux où le transfert de chaleur par conduction est pris en compte, en plus de la convection naturelle, plusieurs études ont traité de l'influence de la conductivité et des dimensions géométriques du domaine solide sur la convection naturelle, dans les cavités ouvertes [84-88]. Pour les systèmes ouverts par le haut, l'importance de la conduction a été étudiée dans une cavité avec deux parois verticales massives et des éléments chauffants placés sur un des murs [84,85]. L'augmentation de

celle-ci diminue la température moyenne des éléments chauffants, ce qui indique un meilleur refroidissement. En outre, lorsque des conditions, aux limites répétées, sont imposées sur les deux faces verticales externes, on observe que l'écoulement est asymétrique lorsque la conductivité du mur est faible, et il tend à devenir symétrique avec l'augmentation de la valeur de la conductivité. Pour le cas où la cavité est ouverte latéralement, Muftuoglu et Bilgen [88] ont étudié l'effet de la position de l'élément chauffant et de la conduction du mur, sur le transfert de chaleur par conduction. Ils ont montré qu'avec l'augmentation de la conductivité, le nombre de Nusselt, défini sur la surface interne du mur et le débit de l'air entrant et sortant de la cavité, diminuait. Une importance significative du facteur de forme et de l'épaisseur du mur a été trouvée. Dans des travaux effectués, pour le cas d'une surface d'un mur totalement chauffé afin de simuler les cavités utilisées dans les applications solaires, Polat et Bilgen [86,87] ont obtenu des résultats semblables. Bien que ces études donnent des informations importantes, tels que l'importance de la conduction et certains paramètres géométriques et physiques du système sur le comportement thermique, la négligence de la radiation réduit la portée des résultats car, avec l'air comme fluide caloporteurs, une partie non négligeable de l'énergie est toujours transmise par rayonnement.

D'autres études ont ajouté la radiation à la convection naturelle dans la modélisation du transfert de chaleur dans une cavité ouverte [66,89-92]. L'une des premières études à traiter de l'effet de la radiation, sur le transfert de chaleur par convection, a été menée par Lage et al. [89] dans une cavité ouverte sur la face supérieure et isolée à sa face inférieure. Dans la même géométrie, et en variant le nombre de Rayleigh entre  $10^4$  et  $10^8$ , Balaji et Venkateshan [66] ont trouvé que l'apport des échanges par rayonnement altère le transfert par convection et modifie la circulation du fluide dans la cavité. Singh et Venkateshan [91] ont étudié, numériquement, le problème de cavité ouverte traité expérimentalement par Ramesh et Merzkirch [21]. Ils ont trouvé que la circulation dans le canal augmente avec l'émissivité des parois et le facteur de forme. Pour la géométrie étudiée, ils ont proposé une corrélation entre le

nombre de Nusselt et le nombre de Grashoff calculé sur la base de la hauteur de la cavité. Hinojosa et al. [92] ont, quant à eux, étudié le cas d'une cavité carrée, inclinée et ouverte latéralement. Les résultats ont montré qu'en prenant en compte le transfert par rayonnement, le transfert de chaleur total sur la surface chauffée augmente de 62%, ce qui illustre la part importante du transfert de la radiation dans le transfert total. Mais la part du transfert par conduction, ou l'influence de la conductivité, est très importante dans plusieurs applications où le volume du domaine solide est comparable à celui du domaine fluide. Ces données sont importantes pour comprendre de manière plus complète les phénomènes de la convection naturelle dans les cavités.

Peu d'études ont traité les trois modes de transmission de chaleur lors de la modélisation de la convection naturelle dans les cavités ouvertes. Dehghan et Behnia [93] ont effectué une étude numérique sur le transfert conjugué, comportant les trois modes de transfert, dans une cavité ouverte par le haut avec un élément chauffant placé dans une des parois. La base de la cavité est isolée. Ils ont procédé à quelques expérimentations pour valider les résultats numériques et observer la circulation de l'air. Ils ont montré que la radiation avait une très grande influence sur la circulation dans la cavité, mais moins sur le transfert de chaleur.

Pour les systèmes ouverts, l'étude numérique du transfert de chaleur, dans les trois modes de transmission, a été très peu développée. Cette revue de la littérature n'a trouvé aucun travail qui traite de la convection naturelle dans une cavité ouverte latéralement avec masse thermique

**Canal avec parois massives :** Comme on l'a vu précédemment, les plus anciennes études ont utilisé des simplifications majeures, mais en résolvant numériquement les équations résultantes. Certaines se sont axées sur la question des canaux verticaux, négligeant l'influence de la conduction et de la radiation dans le transfert de chaleur [48,94-97]. En ne considérant que deux dimensions, et réduisant

ainsi le canal à deux plaques parallèles placées face à face, Bodoia et Osterle [94] ont montré que les valeurs qui déterminent le comportement du système sont le nombre de Nusselt, le nombre de Prandtl et le facteur de forme. Dans le cas où le canal est incliné, Clever [95] démontre analytiquement que l'angle d'inclinaison n'influence pas indépendamment le nombre de Nusselt, mais plutôt le produit  $Ra \cos \varphi$  sous certaines conditions : un nombre de Prandtl fini et le régime d'écoulement pleinement développé. Une étude très poussée a été faite par Aung et al. [48]. Ils ont effectué une étude paramétrique du canal chauffé asymétriquement, et proposé des courbes de corrélations entre le nombre de Nusselt, le débit dans le canal et les variables d'état du système. En comparant les résultats numériques aux mesures expérimentales, ils ont montré que ces corrélations permettent une bonne prédiction du transfert de chaleur. Plusieurs travaux se sont plutôt axés vers l'étude des cas avec chauffage discret d'une ou des deux parois du canal, dans le cadre de l'étude sur le refroidissement des puces électroniques [97]. Les travaux de Baskaya et al. [96] étendent les études à trois dimensions. Néanmoins, ces études conservent leur lacune de négliger le transfert de chaleur par conduction et par radiation.

Plusieurs applications nécessitent la prise en compte du domaine solide du canal. Certaines études ont traité ce type de problème en négligeant la radiation [98-100]. Burch et al. [98] ont publié un travail où ils ont évalué l'influence de la prise en compte de la conduction des plaques sur le comportement de l'écoulement et du transfert de chaleur. Les plaques parallèles sont chauffées. Grâce à la symétrie, une seule paroi est étudiée. Pour ce faire, ils ont développé un programme sur la base des volumes finis. Ce programme gère séparément les parties solides et fluides. Une procédure itérative est appliquée à la frontière des deux parties. Ainsi, ils ont pu démontrer que, non seulement la conductivité de la plaque est importante, mais aussi sa forme géométrique ainsi que celle du canal. Cette influence est croissante avec le nombre de Grashoff et le rapport des conductivités de la plaque solide et du fluide. Sur cette même lancée, Kim et al. [100] ont étudié le cas des plaques chauffées asymétriquement avec un flux de chaleur

constant, en tenant compte de la conductivité des plaques. L'effet de la conductivité est évalué, dans ce cas, en étudiant son impact, ainsi que celui des paramètres du système, sur le flux de chaleur à travers la paroi interne des plaques, la température, le débit massique et le nombre de Nusselt. Les résultats montrent que le flux de chaleur, bien qu'il soit constant à l'extérieur des plaques, devient non uniforme sur les parois internes. Et cet effet est plus accentué pour des valeurs élevées de conductivité et d'épaisseur de mur. L'explication est le fait de l'existence d'un courant de chaleur dans le sens contraire de celui du fluide dans les plaques. Plus le rapport des flux de chaleur sur les parois externes des plaques est grand, plus la partie haute du canal transmet la chaleur dans le sens fluide vers solide sur la plaque la moins chauffée. Ce phénomène s'accroît avec la conductivité du mur. Pour toutes les valeurs du rapport des flux de chaleur, le débit augmente avec la conductivité et, ainsi, le nombre de Nusselt local augmente lui aussi. Gan et Riffat [101] ont, dans leur travail, modifié la configuration proposée par Bouchair [25], en transformant une des parois par un vitrage et en introduisant un tube récupérateur de chaleur dans la masse thermique pour d'autres applications en région froide. Ils ont déduit, par simulation numérique, qu'il fallait un triple vitrage pour éviter la condensation sur la vitre en période froide. Dans la partie numérique de son étude, bien qu'en utilisant un modèle d'écoulement turbulent, Bacharoudis et al. [46] ont omis de tenir compte de la radiation.

Une étude complète du problème, comme on l'a montré pour les cas de cavités à faible facteur de forme, demande de tenir en compte toutes les formes de transfert de chaleur. Une étude numérique, complétée par une validation expérimentale menée par Hall et al. [102], s'est donnée cet objectif. Ainsi l'appareil expérimental a été conçu pour pouvoir, entre autres, varier l'émissivité interne des plaques parallèles, chauffées symétriquement en convection naturelle. Pour le modèle numérique, la radiation est modélisée par une équation spécifique proposée par Siegel et Howell [103]. L'étude ne considère qu'une seule partie du canal car, par symétrie, les résultats sont identiques des deux cotés de l'axe central du canal. Les résultats de l'étude montrent que la température



sur la paroi diminue si l'on augmente l'émissivité de la plaque. Ainsi, l'échange de chaleur par radiation peut représenter jusqu'au  $1/6^{\text{ième}}$  de l'échange total de chaleur dans le fluide. Et cette valeur dépend fortement de la conductivité de la paroi. Une corrélation entre le nombre de Nusselt  $Nu$ , l'émissivité, le nombre de Biot et le nombre de Grashoff, est proposée et n'est valide que pour des valeurs du nombre de Grashoff supérieur à 50. Le modèle mathématique, utilisé pour décrire le transfert de chaleur, considère les surfaces émettrices comme des corps noirs, ce qui en soit est une simplification exagérée de la réalité. Une étude plus récente de Lauriat et Desrayaud [104] a montré, dans un cas pratique, l'importance du transfert de chaleur par radiation pour l'écoulement d'un fluide dans un canal. Le travail a porté sur l'étude de l'influence de la radiation et de la conductivité d'une protection à double vitrage en hiver. Les surfaces sont considérées comme des corps gris, une hypothèse généralement acceptée dans la littérature. Bien que l'épaisseur des parois soit faible, l'augmentation de la conductivité accroît le transfert de chaleur et modifie l'écoulement du fluide. Un écart de 20% sur le débit est observé quand les échanges par rayonnement sont pris en compte. Le flux de chaleur par radiation représente alors plus de 50% du transfert de chaleur total. Cette influence, marquée de la radiation, diminue avec l'augmentation de la différence de température entre les deux plaques. Dans le cas d'un canal, en tenant compte de l'inclinaison, Cadafalch et al. [105] ont étudié expérimentalement et numériquement la convection naturelle dans un canal large avec un chauffage asymétrique des plaques. Dans cette étude, les auteurs ont essayé de déterminer l'apport de la radiation sur le transfert de chaleur. Après la validation des résultats numériques par les mesures expérimentales, une corrélation, entre le nombre de Nusselt, le nombre de Rayleigh, l'émissivité, la géométrie du canal et l'angle d'inclinaison, est proposée. Mais ils supposent que le canal est assez long pour négliger le transfert de chaleur avec l'extérieur à travers les ouvertures. Les corrélations ne sont pas transposables au cas où les matériaux des deux plaques sont différents. Gururaja Rao [47] a étudié les trois modes de transfert de chaleur dans un canal avec deux blocs chauffants montés dans l'un des murs. L'auteur a

pu montrer que l'influence de la radiation est de plus en plus importante avec l'augmentation de l'émissivité des parois. Cette augmentation de la radiation favorise une diminution de la température maximale dans les blocs chauffés comme la diminution de la conductivité des parois massives et du facteur de forme. Dans ces études, l'émissivité des plaques est supposée être la même. Ce qui ne permet pas d'étendre les résultats à des études où les matériaux des deux parois sont différents.

**Canal avec une paroi massive et un vitrage :** Lorsque la conduction ou la radiation sont négligées, ce type de problème est assimilable à celui vu précédemment dans les paragraphes décrivant les études des canaux avec parois massives. La paroi vitrée, vu son épaisseur assez mince, par rapport aux dimensions du canal, est souvent assimilée à une paroi sans masse [101,104]. Les études théoriques, qui tiennent compte des trois modes de transfert de chaleur, utilisent différentes méthodes analytiques. Des études numériques, en deux dimensions ou plus et modélisant ces types de problèmes, n'ont pas été répertoriés dans l'étude bibliographique. Ce domaine reste donc à développer car des connaissances sur la circulation du fluide dans le canal ou la distribution de la température ne peuvent pas être obtenues par des méthodes analytiques.

On peut conclure, à partir de l'analyse de ces travaux, qu'il est nécessaire de tenir compte des trois modes de transfert de chaleur dans la résolution des problèmes de transfert de chaleur. Néanmoins, le type de source de chaleur, choisi par ces recherches, est très souvent la différence de température entre les faces de la cavité. Dans plusieurs applications réelles, comme le refroidissement des pièces électroniques, c'est un flux de chaleur qui est imposé au système. En plus, dans certains cas, la source de chaleur est située à l'intérieur de la cavité et complique ainsi la définition des conditions aux frontières pour les études numériques. Cette revue de littérature n'a pas permis de trouver d'études qui répondent avec satisfaction à ces questions.

#### 1.4. CONCLUSION DE LA REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Le domaine du transfert de chaleur, dans les cavités, a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche tels que présentés ci-dessus. On remarque que la recherche théorique et analytique est très difficile à accomplir sans une simplification extrême du système qui, parfois, dénature le problème étudié. On peut le voir par les écarts, souvent sensibles, entre les résultats théoriques et expérimentaux [39]. La méthode numérique semble donc être la plus adéquate pour traiter ce genre de problème. Néanmoins, elle pose aussi quelques problèmes. L'un des plus importants, le choix des conditions aux limites pour les cas de système ouvert. Ce problème est crucial pour les études de convection naturelle. Suivant la méthode numérique utilisée, plusieurs techniques majeures se sont illustrées :

- une vitesse uniforme fictive est attribuée à l'entrée, et variée de manière itérative jusqu'à ce que la pression statique finale soit nulle [48,100,101];
- des conditions de Neumann et de Dirichlet sont fixées en fonction de l'approche choisie par l'étude et le type de système étudié [26,91];
- le domaine d'étude est allongé à l'entrée et , souvent aussi, à la sortie, on suppose donc des conditions de pression statique nulle loin de l'entrée [102,104].

Les trois méthodes ont chacune leurs avantages et inconvénients. La première présente un domaine réduit au strict minimum et, donc, une lourdeur minimale dans les calculs numériques. Mais aucune recherche expérimentale n'a établi, de manière irréfutable, que la vitesse est uniforme à l'entrée. La seconde est aussi une supposition basée sur des hypothèses pas toujours vérifiées. L'allongement du domaine de recherche s'est avéré alors être une solution. Cette technique présente aussi des inconvénients. Une

étude de Martin et al. [106] montre que la longueur de l'allongement a une influence sensible sur l'écoulement résultant de la simulation.

La source de chaleur est généralement considérée comme étant située sur l'une des faces externes des parois. Ceci pose un problème dans le cas du développement des technologies solaires qui représentent une grande partie des applications citées précédemment. En effet, les rayons solaires, qui traversent la paroi vitrée, réchauffent directement la face interne de la paroi opposée. Cet aspect n'est que très peu étudié dans la littérature.

Les études numériques répertoriées sont basées sur l'hypothèse de l'écoulement laminaire. Bien que dans la pratique, les simulations sont poussées jusque dans la zone de turbulence, plusieurs études expérimentales [6,9] montrent que cette hypothèse est réaliste à cause de la convection naturelle, où généralement la génération de circulation n'est pas assez importante pour créer des zones de turbulences. Néanmoins, pour une géométrie allongée du canal, Chen et al. [107] ont montré qu'une zone de turbulence pouvait exister lorsque le flux de chaleur atteint une valeur supérieure à  $600 \text{ W/m}^2$  et commence à une hauteur d'environ 2 m. On sait que pour le cas de l'écoulement d'un fluide sur une plaque plane, la zone de transition est assez grande. Ceci justifie l'utilisation de l'hypothèse de l'écoulement laminaire même dans les cas de canaux allongés.

Un autre problème, peu élucidé par la recherche, est la sensibilité des différents paramètres du système et de l'environnement sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans le canal. Plusieurs études paramétriques ont défini les grandeurs suivantes comme variables majeures du système : le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl, le nombre de radiation qui apparaissent comme des paramètres adimensionnels dans les équations gouvernantes, le facteur de forme, l'épaisseur du mur et de la vitre, la conductivité thermique des parois massives, l'angle d'inclinaison, l'émissivité, qui sont des

paramètres géométriques et des propriétés du système. Peu travaux de recherche recensés dans la littérature effectuent une étude de sensibilité conjuguée de ses paramètres.

## II. MODÈLE MATHÉMATIQUE

### 2.1 INTRODUCTION

La résolution des problèmes posés dans ce projet passe par la construction d'un modèle mathématique. Ce modèle, qui est basé sur quelques hypothèses simplificatrices, est élaboré pour déterminer le comportement du système étudié en termes d'écoulement du fluide caloporteur et de transfert de chaleur dans le système.

### 2.2 HYPOTHÈSE DE TRAVAIL

Pour la modélisation de l'écoulement, on va poser les hypothèses suivantes :

1. l'écoulement engendré est bidimensionnel et laminaire;
2. le fluide caloporteur est incompressible et newtonien;
3. les propriétés des milieux fluide et solide sont invariables ; par contre, la densité, dans le domaine fluide et dans les termes de forces volumiques, varie linéairement avec la température, qui est régie par l'approximation de Boussinesq. Cette variation est donnée par l'expression suivante :

$$\rho = \rho_{\infty}(1 - \beta(T - T_{\infty})) \quad (2.1)$$

où  $\beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$  – le coefficient d'expansion thermique ;

$\rho_{\infty}$  – la valeur de densité constante ;

$T_{\infty}$  – la température de référence.

4. la dissipation visqueuse est négligeable;
5. la génération d'énergie interne est nulle;
6. les faces qui émettent des radiations thermiques sont des surfaces grises et diffuses ; la radiation émise aux parois ouvertes est assimilée à celle des corps noirs.

## 2.3 ÉQUATIONS GOUVERNANTES

Ce projet va traiter les problèmes de transfert de chaleur dans la cavité en régime permanent. Pour éviter des problèmes de convergence numérique, les équations transitoires vont être utilisées et leur présentation va faire l'objet de ce chapitre.

### 2.3.1 MODÉLISATION DE LA CONDUCTION

Dans les parois solides de la cavité, le seul mode de transfert de chaleur possible est la conduction. L'expression générale, qui régit la conduction dans un milieu incompressible, est la suivante [108]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (k_s \nabla T) = q''' \quad (2.2)$$

Dans deux configurations étudiées pour cette recherche, la source de chaleur provient des rayons solaires qui passent à travers l'une des faces latérales du système et sont absorbés par la face interne de la paroi massive placée sur la face opposée ; cette interface se trouvant à l'intérieur du domaine de calcul, on ne peut pas considérer la source de chaleur comme une condition aux frontières ; alors, on va utiliser une

technique qui stipule que le flux de chaleur par rayonnement absorbé va être réémis comme une source interne de chaleur linéaire par la face interne de la paroi. Cette technique va quelque peu modifier l'hypothèse 5. Si on applique l'hypothèse de propriétés constantes et de l'étude bidimensionnelle en régime permanent, on obtient l'expression suivante :

$$0 = k_s \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q''' \quad (2.3)$$

Cette équation représente le modèle du transfert de chaleur dans la partie solide du domaine de calcul.

### 2.3.2 MODÉLISATION DE LA CONVECTION

Les équations, qui régissent la convection, sont celles de la conservation de masse, de quantité de mouvement appelés encore équations de Navier Stokes et de l'énergie. Elles sont données par les expressions suivantes :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \bullet \vec{V} = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + F \quad (2.5)$$

$$(\rho C_p)_f \frac{DT}{Dt} = \nabla \bullet (k_f \nabla T) + q''' + \mu \Phi \quad (2.6)$$

où  $\Phi$  – les dissipations visqueuses,  $F$  – les forces volumiques et  $\vec{V}$  – vecteur—vitesse de coordonnées  $(u, v)$ .



Bien que le modèle soit développé en régime permanent, pour faciliter la convergence numérique, les simulations seront effectuées en régime transitoire jusqu'à la convergence vers un régime permanent. On introduit les hypothèses précédemment énoncées en tenant compte du fait qu'il n'y a pas de source de chaleur dans le domaine fluide et les équations deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.7)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (p - p_\infty)}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g (T - T_\infty) \cos \varphi \quad (2.8)$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (p - p_\infty)}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g (T - T_\infty) \sin \varphi \quad (2.9)$$

$$\rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_f \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

### 2.3.3 COUPLAGE DE LA CONDUCTION ET DE LA CONVECTION

Les équations de chaleur pour la convection et la conduction sont semblables. Seul, le terme par convection et le terme source sont différents. Pour palier à cet inconvénient, on introduit un nombre adimensionnel de diffusivité  $\alpha_r = \alpha_s / \alpha_f$  dans le solide et  $\alpha_r = 1$  dans le fluide. Néanmoins, afin de satisfaire la conservation de l'énergie à l'interface entre les zones fluide et solide, par exemple dans la direction  $X$  dans la représentation numérique, l'équation suivante doit s'appliquer :

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (2.11)$$

Le rapport  $k_s/k_f$  détermine le transfert de chaleur entre les deux milieux. Pour le régime permanent, le rapport  $\alpha_s/\alpha_f$  devient  $k_s/k_f$ . Alors, c'est ce second rapport qui sera utilisé dans le calcul. Un terme de source thermique  $\tilde{q}$  est introduit.  $\tilde{q}$  est égal à  $q'''$  sur la face du mur chauffé lorsqu'il se trouve à l'intérieur du domaine de calcul et à 0 pour les autres points du système. Les équations (2.7) à (2.10) deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (p - p_\infty)}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g (T - T_\infty) \cos \varphi \quad (2.13)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (p - p_\infty)}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g (T - T_\infty) \sin \varphi \quad (2.14)$$

$$\rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_r k_f \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \tilde{q} \quad (2.15)$$

### 2.3.4 MODÉLISATION DE LA RADIATION

Pour traiter le problème de radiation, on va considérer la paroi interne de la cavité comme une cavité fermée et formée de  $N$  surfaces. La température  $T_i$  est supposée unique pour chaque surface  $i$ . Les ouvertures vont être considérées comme les faces d'un corps noir. L'émission et la réception des ondes radiatives se font sur la face interne des parois de la cavité.

Les équations qui régissent le transfert radiatif [103] sont :

- équation du flux par radiation  $-q_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \alpha G_i$  (2.16)

- équation de la radiosité –  $B_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + \rho G_i$  (2.17)

Après un développement mathématique utilisant ces équations, on obtient l'expression :

$$\sum_{j=1}^N (\delta_{ij} - F_{ij}) \sigma T_j^4 = \sum_{j=1}^N \left[ \delta_{ij} - (1 - \varepsilon_j) F_{ij} \right] \frac{q_{r,j}}{\varepsilon_j} \quad (2.18)$$

$$\text{où } \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i = j \\ 0, & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$F_{ij}$  représente le facteur de vue entre deux faces  $i$  et  $j$ . Pour deux surfaces finies  $A_1$  et  $A_2$ , le facteur de vue est exprimé par la formule suivante [109] :

$$F_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos(\beta_1) \cos(\beta_2)}{S^2} dA_2 dA_1 \quad (2.19)$$

où  $\beta_1$  – représente l'angle entre une droite rejoignant les deux surfaces et la normale à la surface 1;

$\beta_2$  – représente l'angle entre une droite rejoignant les deux surfaces et la normale à la surface 2;

$S$  – représente la distance entre les deux surfaces.

La cavité étant rectangulaire, deux géométries particulières sont intéressantes dans le cas étudié : les deux surfaces sont parallèles ou perpendiculaires comme on peut le voir dans les figures 2.1 et 2.2. Des formules ont été proposées par Howell [110] et permettent de déterminer la valeur de  $F_{ij}$  pour des surfaces quelconques parallèles ou perpendiculaires en 3 dimensions.

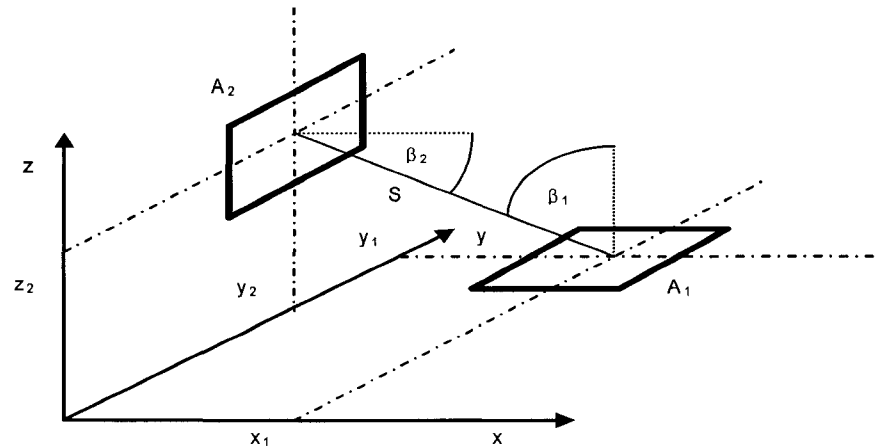


Figure 2.1 – Paramètres géométriques pour les surfaces perpendiculaires

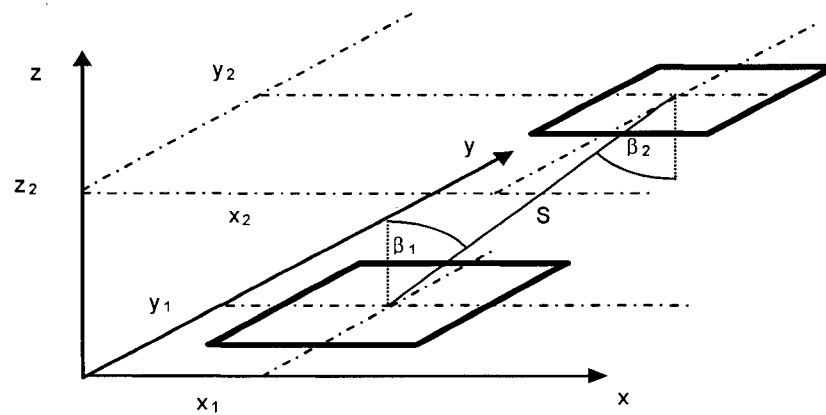


Figure 2.2 – Paramètres géométriques pour les surfaces parallèles

Pour satisfaire l'hypothèse d'écoulement bidimensionnelle, la direction  $y$  est supposée infinie. Cette supposition permet de calculer le facteur de vue pour deux surfaces émettrices quelconques. On obtient ainsi une matrice  $(N \times N)$  de facteur de vue :

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & F_{12} & F_{13} & \cdot & \cdot & F_{1N} \\ F_{21} & 0 & F_{23} & \cdot & \cdot & F_{2N} \\ F_{31} & F_{32} & 0 & \cdot & \cdot & F_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{N1} & F_{N2} & F_{N3} & \cdot & \cdot & F_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La difficulté est de déterminer si deux surfaces émettrices sont en vue. Une procédure, présentée à l'Annexe 1, a été développée pour résoudre ce problème.

### 2.3.5 FORMULATION SANS DIMENSION

L'adimensionalisation des équations permet de regrouper les paramètres dimensionnels en un nombre réduit de valeurs sans dimensions. Cette procédure facilite l'étude paramétrique et l'interprétation des résultats. Elle passe par le choix de valeurs caractéristiques pour les variables principales. Ostrach [61] a indiqué que ce choix doit être judicieux afin d'éviter des problèmes de convergence numérique dus à une grande disparité entre les amplitudes de variables.

Le choix opportun pour la longueur caractéristique sera effectué en fonction du problème traité. Très souvent, la largeur de la cavité est utilisée. Ce choix est généralement accepté dans la littérature pour les cavités [48,75]. Concernant la vitesse caractéristique, en convection naturelle, le rapport  $\alpha/L$  est choisi comme valeur caractéristique. On choisit la pression dynamique  $P_d = \rho \alpha^2 / L^2$  pour la pression caractéristique et pour le temps caractéristique, l'expression  $\alpha / L^2$ . Les problèmes étudiés dans ce projet ont une source de chaleur sous forme de flux de chaleur  $q''$ . Alors la

température va être adimensionnée en fonction d'une valeur caractéristique  $\Delta T = q'' L / k_f$  comme le suggère Zhao et al. [111].

On peut écrire :

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} - \text{temps adimensionnel};$$

$$U = \frac{Lu}{\alpha}; V = \frac{Lv}{\alpha} - \text{vitesses adimensionnelles};$$

$$X = \frac{x}{L}; Y = \frac{y}{L} - \text{longueurs adimensionnelles};$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{\Delta T} - \text{température adimensionnelle};$$

$$P = \frac{(p - p_\infty) L^2}{\rho \alpha^2} - \text{pression adimensionnelle}$$

$$\text{où } \begin{cases} \frac{\partial p_\infty}{\partial x} = -\rho g \cos \varphi \\ \frac{\partial p_\infty}{\partial y} = -\rho g \sin \varphi \end{cases}$$

### 2.3.5.1 ÉQUATIONS ADIMENSIONNELLES DE CONDUCTION ET CONVECTION

On introduit les expressions de valeurs caractéristiques dans les équations (2.12) à (2.15). On obtient un système d'équations adimensionnelles. Pour la convection naturelle, la formulation est :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \cos \varphi \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \sin \varphi \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = k_r \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \bar{q} \right) \quad (2.24)$$

avec  $\bar{q} = q''/dn$  sur la face du mur source de chaleur,  $\bar{q} = 0$  dans les autres parties du domaine de calcul et  $n$  – la direction normale de cette face.

Les nombres adimensionnels qui régissent l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur sont :

- $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  – le nombre de Prandtl
- $Ra = \frac{g \beta q'' L^4}{k_f \nu \alpha}$  – le nombre de Rayleigh

### 2.3.5.2 ÉQUATION ADIMENSIONNELLE DE RADIATION

On introduit les valeurs adimensionnelles suivantes :

- la température relative adimensionnelle

$$\Theta = \frac{T}{T_{\infty}} \quad (2.25)$$

- et flux de chaleur radiatif adimensionnel :

$$\zeta = \frac{q_r}{\sigma T_{\infty}^4} \quad (2.26)$$

Alors, (2.18) devient :

$$\sum_{j=1}^N (\delta_{ij} - F_{ij}) \Theta_j^4 = \sum_{j=1}^N \left[ \delta_{ij} - (1 - \varepsilon_j) F_{ij} \right] \frac{\zeta_j}{\varepsilon_j} \quad (2.27)$$

Dans cette équation,  $j$  représente la face du volume de contrôle qui délimite l'interface fluide/solide. Calculée sur toutes les faces du système, l'équation forme un système de  $j$  équations. Si on a les valeurs de température  $\Theta_i$ , alors on peut calculer les flux de chaleur correspondants  $\zeta_j$  en résolvant un système d'équations.

### 2.3.5.3 CONJUGAISON DES TROIS MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Les équations (2.12) à (2.15) montrent le couplage entre les transferts de chaleur par conduction et par convection. Pour y ajouter la radiation, on va déterminer le bilan d'énergie :



$$q_c + q_r - q_d = 0 \quad (2.28)$$

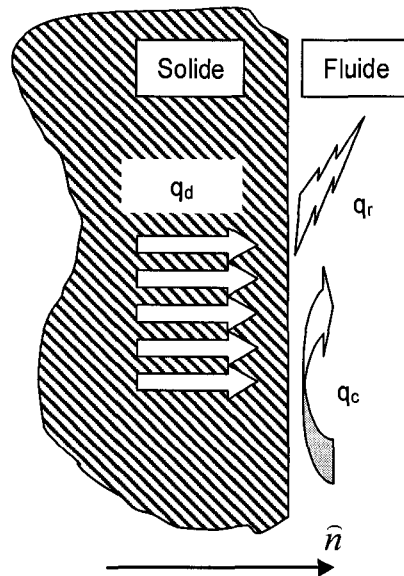


Figure 2.3 – Bilan d'énergie sur une interface fluide/solide

Le flux de chaleur de conduction est donné par la loi de Fourier :

$$q_d = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial \hat{n}} \quad (2.29)$$

avec l'indice s représentant le côté solide et  $\hat{n}$  la direction d'écoulement du flux.

Le flux de chaleur par convection est donné par la loi de Newton :

$$q_c = h'(T_s - T_\infty) \quad (2.30)$$

où  $h$  – le coefficient de convection.

On peut introduire une approximation telle que le flux de chaleur par convection soit égal au transfert de chaleur par conduction tout près de la paroi solide :

$q_c = -k_f \partial T_f / \partial \hat{n}$  avec l'indice  $f$  représentant le coté fluide et  $\hat{n}$  la direction d'écoulement du flux.

L'équation (2.28) devient alors :

$$q_r = k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} - k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (2.31)$$

On introduit une nouvelle valeur adimensionnelle – le nombre de radiation

$$N_r = \frac{\sigma T_\infty^4}{q''} \quad (2.32)$$

Alors l'équation (2.28) devient :

$$N_r \zeta = \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial n} - k_r \frac{\partial \theta_s}{\partial n} \right) \quad (2.33)$$

Dans le cas où les valeurs de température sont connues sur tout le domaine de calcul, alors il est possible de déterminer les flux de chaleur par conduction et par

convection de part et d'autres de l'interface fluide/solide. On peut ainsi calculer le flux de chaleur par radiation.

Pour pouvoir obtenir un résultat, il faut trouver une relation entre  $\theta$  et  $\Theta$ . Alors, on sait que la température adimensionnelle est définie comme suit :  $\theta = (T - T_{\infty}) / \Delta T$ . On introduit un nouveau nombre adimensionnel : le ratio de température  $\gamma = \Delta T / T_{\infty}$ . On obtient finalement une relation entre  $\theta$  et  $\Theta$  :

$$\Theta = \gamma\theta + 1 \quad (2.34)$$

## 2.4 DÉFINITION DES CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

Plusieurs géométries de cavité sont étudiées dans cette thèse. En plus des conditions de Dirichlet et de Neumann, trois autres types de conditions sont utilisés. Elles ont été développées dans le groupe de recherche pour de rendre les conditions aux frontières plus réalistes.

Pour la température, on va définir la condition mixte comme étant celle qui combine les conditions de Dirichlet et de Neumann en y ajoutant une autre condition. Elle va s'appliquer à la température aux surfaces frontières de la cavité ouverte sur l'environnement. En fonction de la direction de l'écoulement, représenté par la direction du vecteur de vitesse, l'une des conditions de Neumann ou de Dirichlet s'applique. Cette condition traduit le fait qu'un écoulement de fluide de l'extérieur vers l'intérieur de la cavité s'effectue toujours à la température de l'environnement. Pour les surfaces de frontières émettrices de rayonnement, l'équation (2.33) du bilan d'énergie est appliquée si la température n'est pas spécifiée. Alors, la condition aux limites devient :

$$q = -\frac{\partial \theta_f}{\partial n} + N_r \zeta \quad (2.35)$$

avec  $q$  représentant le flux de chaleur adimensionnel à travers la frontière.

Cette condition sera dite de face radiative.

En ce qui concerne les conditions de vitesse, dans le cas où la condition aux limites de Neumann ou de Dirichlet ne semble pas être adéquate, on peut appliquer la continuité à cette frontière. Alors, dans le sens normal, à la frontière, on applique la condition de continuité et dans l'autre direction, la condition de Neumann. Cette condition est dite ouverte.

Néanmoins, plusieurs études [55,82], montrent que la position des frontières pour les cas de cavité ouverte est importante. La position des frontières dans le domaine de calcul fera l'objet d'une étude spécifique.

## 2.5 CALCUL DES VARIABLES DE SORTIE : LE NOMBRE DE NUSSELT, LE DÉBIT MASSIQUE ET LA FONCTION DE COURANT.

### 2.5.1. NOMBRE DE NUSSELT $Nu$

Le nombre de Nusselt permet de calculer les échanges thermiques par convection. Il fournit une comparaison entre le flux transmis par le fluide en convection et le flux qui serait transmis par conduction dans le même fluide. Pour un point donné, nous pouvons calculer le nombre de Nusselt local sur notre paroi chauffée comme suit :

$$Nu_{loc} = \frac{h'L}{k_f} \quad (2.36)$$

Si on introduit la notion de fonction de chaleur proposée par Bejan [112], et qu'on l'applique à l'équation de la chaleur de l'équation (2.10) pour la convection naturelle, alors l'expression pour le calcul du nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{\int_{\Sigma_1} Nu_{loc} ds_1}{\int_{\Sigma_2} \theta d\tilde{s}_1} \quad (2.37)$$

$Nu_{loc}$  est la valeur locale de  $Nu$  calculée sur la surface définie. Si cette surface est solide, alors  $Nu_{loc} = \partial\theta/\partial s_2$  où  $s_1$  représente la direction du plan de la surface de calcul  $\Sigma_1$  et  $s_2$  la direction normale à la surface 1. Le dénominateur représente la température moyenne sur la surface chauffée  $\Sigma_2$ ,  $\tilde{s}_1$  est la direction du plan de cette surface.

### 2.5.2. CALCUL DU DÉBIT VOLUMIQUE $\dot{V}$

Le débit volumique adimensionnel va être calculé pour déterminer la force de l'écoulement. Il sera ainsi possible de comparer les résultats des différentes simulations. Avec la conservation de masse, la quantité de fluide, qui entre dans la cavité à travers l'ouverture, est égale à celle qui en sort. Le débit volumique  $\dot{V}$  à travers une surface dans la direction  $\tilde{n}$  bornée par les valeurs  $f_1$  et  $f_2$ , est calculé à l'aide de l'équation adimensionnelle suivante :

$$\dot{V} = \int_{f_1}^{f_2} \hat{V} d\tilde{n} \quad (2.38)$$

avec  $\hat{V}$  – la composante du vecteur vitesse dans la direction perpendiculaire à  $\tilde{n}$

### 2.5.3. CALCUL DE LA FONCTION DE COURANT $\Psi$

Pour permettre la visualisation de l'écoulement du fluide dans le canal, la fonction de courant va être calculée à partir du champ de vitesse par les expressions suivantes :

$$U = -\frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad V = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.39)$$

### III. MÉTHODE NUMÉRIQUE

Ce chapitre va traiter de la résolution numérique des équations modélisant le transfert de chaleur et l'écoulement dans le canal. On va premièrement subdiviser le domaine de calcul et ensuite discrétiser les équations de base. Les équations gouvernantes sont écrites en variables primitives ( $u, v, p$ ) et discrétisées sur des volumes de contrôle décalés. La résolution s'effectue suivant la procédure SIMPLER de Patankar [113]. Cette méthode permet de modéliser le transfert par convection et par conduction mais pas par radiation. Une technique développée par cette thèse va permettre d'introduire le transfert radiatif.

#### 3.1. DISCRÉTISATION DU DOMAINE DE CALCUL

Pour résoudre numériquement le problème de convection dans la cavité, cette dernière est subdivisée en un nombre fini de quadrilatères. Ils sont assimilés à des volumes de contrôle. Comme les effets convectifs sont plus accentués près les interfaces fluide/solide, le quadrillage du domaine d'étude est effectué avec un maillage non uniforme tel que présenté sur la figure 3.1. La dimension des mailles diminue en approchant l'interface sur le côté fluide. Les mailles sont donc plus espacées dans le centre de la cavité. Afin d'éviter les problèmes liés à la discrétisation, on va utiliser un maillage décalé. Ceci permet aussi une bonne interprétation des termes qui interviennent dans la discrétisation des équations. Les deux composantes de vitesse sont calculées sur les faces du volume de contrôle, le temps et la pression dans les nœuds comme montré à la figure 3.2.

### 3.2. DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS

#### 3.2.1 ÉQUATIONS DE CONVECTION – CONDUCTION

L'équation de continuité, comme défini dans le chapitre 2, s'écrit sous la forme suivante :  $\nabla \cdot (U, V) = 0$ . On intègre cette expression sur le volume de contrôle présenté à la figure 3.1 et on obtient l'expression suivante :

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0)\Delta x \Delta y}{\Delta t} + F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.1)$$

$$F_e = \rho U_e, \quad F_w = \rho U_w, \quad F_n = \rho U_n, \quad F_s = \rho U_s$$

où  $F_e, F_w, F_s, F_n$  – les flux massiques sur les surfaces du volume de contrôle.

$\rho_P, \rho_P^0$  – respectivement la densité aux points P à l'instant  $t$  et à l'instant précédent  $t - \Delta t$ .

D'après la méthode des volumes finis classiques, la forme générale adoptée pour la représentation de l'équation de transport d'une variable scalaire  $\phi$  est proposée par une formulation de Bird et al. [114] écrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot J = S_\phi \quad (3.2)$$

où  $J$  – le flux total convectif et diffusif défini par  $J = \lambda_\phi u \phi - \Gamma_\phi \text{grad} \phi$

$\Gamma_\phi$  – le paramètre du terme diffusif;

$S_\phi$  – le terme source associé à la variable  $\phi$

$\lambda_\phi$  – le paramètre du terme convectif.



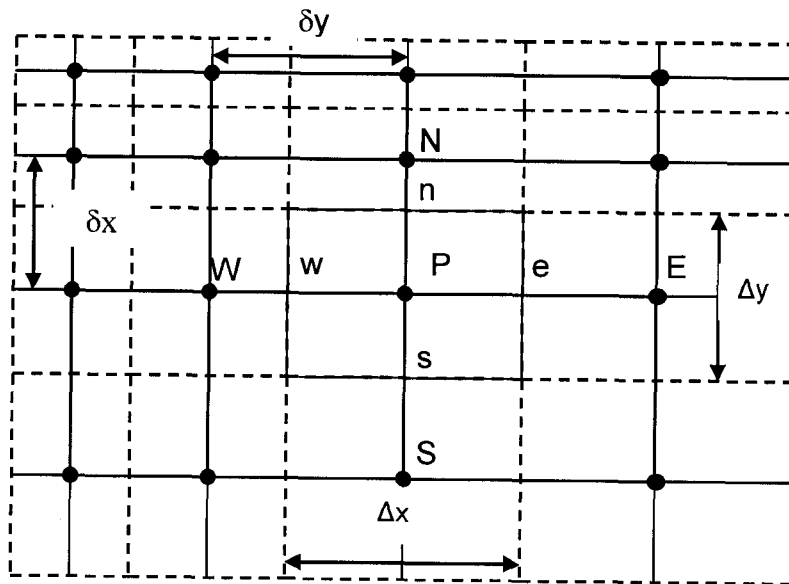


Figure 3.1 – Maillage non uniforme

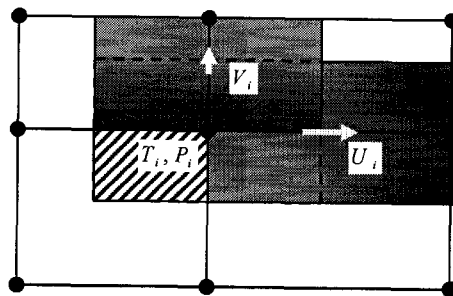


Figure 3.2 – Maillage décalé

Le terme source peut-être approximé par une fonction linéaire de la variable étudiée  $S_\phi = S_c + S_c \phi$ . On peut remarquer que cette formule satisfait aussi l'équation de conduction dans le cas où on annulerait le paramètre du terme convectif.

Pour pouvoir traiter le problème dans un seul domaine de calcul, Patankar [113] suggère d'ajouter une viscosité artificielle à l'équation du mouvement aux mailles qui se trouvent dans le milieu solide. Mais, Zhao et al. [111] ont trouvé que cette méthode

pouvait introduire une dissipation due à cette viscosité artificielle. Pour résoudre ce problème, on a ajouté un terme source  $S_g$ . Ce terme sera très élevé pour les points du milieu solide et égal à la valeur de force volumique dans les régions fluides. Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.1. F représente le domaine fluide, S le domaine solide et  $\bar{q}$  est définie dans le chapitre 2.

Tableau 3.1 Paramètres pour chaque variable dans l'équation générale

$\phi$	$\lambda_\phi$		$\Gamma_\phi$		$S_\phi = S_C + S_P\phi$			
	F	S	F	S	F		S	
					$S_C$	$S_P$	$S_C$	$S_P$
$U$	1	1	$Pr$	$\Gamma Pr$	$RaPr\theta \cos \varphi$	0	0	$S_g$
$V$	1	1	$Pr$	$\Gamma Pr$	$RaPr\theta \sin \varphi$	0	0	$S_g$
$\theta$	1	1	1	$k_s/k_f$	0	0	$k_s\bar{q}/k_f$	0

En intégrant l'équation (3.1) sur le volume de contrôle autour d'un point P (figure 3.1), on obtient l'expression suivante :

$$\frac{(\rho_P\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0)\Delta x\Delta y}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = (S_\phi = S_C + S_P\phi)\Delta x\Delta y \quad (3.3)$$

où  $J_e, J_w, J_s, J_n$  – les flux totaux (par convection et diffusion) sur les surfaces du volume.

$\phi_P, \phi_P^0$  – respectivement la valeur de la variable  $\phi$  aux points P à l'instant  $t$  et à l'instant précédent  $t - \Delta t$ .

Après un développement algébrique en combinant les équations (3.1), (3.3), on obtient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.4)$$

où  $a_P, a_E, a_W, a_N, a_S$  – les coefficients reliés aux points P, E, W, N, et S

Le calcul de ces valeurs est donné par les expressions :

$$a_E = D_e A(P_e) + \|-F_e, 0\| \quad (3.5)$$

$$a_W = D_w A(P_w) + \max [F_w, 0] \quad (3.6)$$

$$a_N = D_n A(P_n) + \|-F_n, 0\| \quad (3.7)$$

$$a_S = D_s A(P_s) + \|F_s, 0\| \quad (3.8)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y, \quad (3.9)$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 \phi_P^0, \quad (3.10)$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.11)$$

$$\text{avec: } D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta x_e}, D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta x_w}, D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\delta y_n}, D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\delta y_s} \text{ et } P_e = \frac{F_e}{D_e}, P_w = \frac{F_w}{D_w}, P_n = \frac{F_n}{D_n},$$

$$P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

où  $D_e, D_w, D_s, D_n$  – les conductances sur les surfaces du volume

$P_e, P_w, P_s, P_n$  – la valeur du nombre de Peclet calculée sur les surfaces du volume

La fonction  $A(|P|)$  représente le schéma d'interpolation. Le choix du schéma est important pour la convergence du calcul et la qualité des résultats. Le schéma recommandé par Patankar est celui de la loi de puissance. Son expression est :

$$A(|P|) = \max \left[ 0, (1 - 0.1|P|)^5 \right] \quad (3.12)$$

On peut mettre l'équation (3.3) sous forme matricielle :  $A\Phi=B$  où on considère  $A$  comme une matrice comportant les coefficients  $a_{ij}$ ,  $\Phi$  comme le vecteur de variables inconnues calculées sur chaque nœud et  $B$  le vecteur des valeurs connues. Il existe plusieurs méthodes numériques permettant de résoudre cette équation. Mais la matrice  $A$  étant tridiagonale, l'algorithme de Thomas s'avère être plus efficace.

### 3.2.2 CALCUL DES PARAMÈTRES SUR LES FACES DU VOLUME DE CONTRÔLE

La méthode des volumes finis nécessite la connaissance des valeurs des paramètres, non seulement sur les nœuds, mais aussi sur les faces du volume de contrôle. On considère un paramètre  $P$  donné sur les nœuds  $i$  et  $i+1$  comme présenté à la figure 3.2. La valeur de la propriété sur la face est exprimée par la formule suivante :

$$P_f = \left( \frac{1-f}{P_i} + \frac{f}{P_{i+1}} \right)^{-1} \quad (3.13)$$

où  $f$  représente le facteur de position de la face par rapport aux deux nœuds l'entourant.

### 3.2.3 ÉQUATION DE RADIATION

Pour introduire la radiation dans le domaine discrétisé, on va supposer que l'interface fluide/solide se trouve sur une face entre deux volumes de contrôle, l'un solide et l'autre fluide. On va appeler cette face : l'interface. Ceci va permettre d'avoir :

- une discrétisation pour le calcul numérique du transfert par radiation, puisse qu'on a une hypothèse de valeurs constantes sur chacune des surfaces  $i$ ;
- la radiation émise par une surface, ce qui est plus proche de la réalité;
- des propriétés constantes pour chaque volume de contrôle.

#### 3.2.3.1 CALCUL DU FACTEUR DE VUE

Le modèle du transfert de chaleur par radiation demande que les surfaces émettrices forment un système de cavité fermée, tel que la somme des facteurs de vue d'une surface vers tous les autres soit égale à 1. Étant donné la complexité des géométries étudiées, une simple cavité, où toutes les surfaces seraient en vue, n'est pas retrouvée dans cette étude. Alors pour palier à ce problème, une procédure a été mise en place pour calculer le facteur de vue entre deux interfaces. Les critères de cette évaluation sont : la position géométrique de leurs bornes, la direction de vue, les autres surfaces qui pourraient se trouver entre elles. La procédure détaillée est présentée dans l'annexe 1.

### 3.2.3.2 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE RADIATION

L'équation de radiation est une équation fortement non linéaire de degré 4. Sa linéarisation pour le coupler au calcul de conduction et de convection entraînerait une grande simplification des équations gouvernantes. Ainsi, la simulation s'effectue toujours en ne tenant compte que de la conduction et de la radiation par la méthode présentée précédemment. Pour introduire le transfert de chaleur par radiation, une technique a été développée dans cette thèse. Elle consiste à transformer le flux de chaleur par radiation en une source de chaleur surfacique sur le mur lorsque l'interface fluide/solide se trouve dans le domaine de calcul. En effet, physiquement, le rayonnement est absorbé par la face du mur. Ensuite, l'énergie ainsi absorbée influence la température de la surface, son émission radiative et le transfert de chaleur à travers cette surface. Dans le domaine discrétisé, la source de chaleur est disposée dans le volume de contrôle du domaine solide situé à la frontière fluide/solide. La source de chaleur correspond aux flux de chaleur qui résulterait d'une source si le transfert de chaleur ne pouvait s'effectuer que par l'interface. Pour expliquer ce concept, on va considérer un volume de contrôle dans le domaine solide sur la frontière fluide/solide avec une source de chaleur  $s$  (voir figure 3.1). Le bilan énergétique du volume de contrôle est donné par l'expression suivante :

$$s\Delta x\Delta y = q_n\Delta x + q_s\Delta x + q_e\Delta y + q_w\Delta y \quad (3.14)$$

avec  $q_e$ ,  $q_w$ ,  $q_s$ , et  $q_n$  représentant les flux de chaleur à travers les faces du volume de contrôle. Si on suppose que l'interface est la face à l'ouest que les autres faces sont adiabatiques, alors l'équation (3.14) devient :

$$s = \frac{q_w}{\Delta n} \text{ avec } n \text{ égale à } x \text{ ou } y \text{ suivant la direction normale à la surface}$$

On introduit les valeurs caractéristiques pour rendre la source adimensionnelle et on obtient :

$$S = \frac{N_r \zeta}{\Delta \tilde{n}} \quad (3.15)$$

avec  $\tilde{n}$  égale à  $X$  ou  $Y$  suivant la direction normale à surface.

La résolution de l'équation de radiation s'effectue après que le champ de température soit calculé par conduction et convection. Après avoir calculé à l'aide de l'équation (2.34) les valeurs de la température  $\Theta_i$  sur toutes les interfaces, l'équation (2.27) permet de calculer le flux de chaleur radiatif  $\zeta_i$  correspondant sur chacune de ses surfaces. Si on a un nombre  $N$  d'interfaces dans la cavité, l'équation (2.27) devient un système de  $N$  équations à  $N$  inconnues  $\{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_N\}$ . En transformant l'équation sous forme matricielle, on obtient :  $MO=R$  où  $M$  est la matrice de coefficients,  $O$  le vecteur des flux de chaleur  $\{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_N\}$  et  $R$  le vecteur de valeurs constantes. Étant donné que le maillage est non uniforme, la matrice  $M$  est une matrice quelconque. La résolution de cette équation va être effectuée par la méthode simple de Gauss – Seidel. Les valeurs de flux de chaleur par radiation adimensionnelle sont finalement déterminées par l'expression  $N_r \zeta_i$  pour que les équations soient concordantes avec celles calculées par la méthode SIMPLER.

### 3.3. NUMÉRISATION DES CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

L'objectif est de rendre linéaire les conditions aux frontières pour les introduire dans le calcul numérique. Vu que, les volumes de contrôle pour la vitesse sont décalés par rapport à celui de la température et de la pression, il existe deux possibilités pour le volume de contrôle à la frontière du domaine :

- possibilité 1 – soit la frontière est placée sur le nœud,
- possibilité 2 – soit sur une face du volume de contrôle.

Dans le cas où la frontière se retrouve sur une face du volume de contrôle, une technique très utilisée dans la littérature propose de créer un volume de contrôle image. Ceci permet d'avoir un nœud avec lequel on pourrait calculer les valeurs sur l'interface.

On a présenté, dans un paragraphe précédent, les principales conditions aux frontières : Dirichlet, Neumann, mixte, ouverte et de surface émettrice. Pour une variable quelconque  $\phi$ , la formulation des conditions aux limites sera expliquée dans les paragraphes suivants.

Pour la condition de Dirichlet, la valeur de  $\phi$  à la frontière est une constante  $C$  (ou définie par une fonction aux valeurs connues). Si la frontière se retrouve sur un nœud, alors  $\phi$  est égale à  $C$ . Dans le cas où la frontière est située sur une face entre deux nœuds, une interpolation s'impose entre les valeurs des deux nœuds (le nœud avant la frontière P et le nœud image I) de telle manière que le résultat de cette interpolation soit la valeur définie par la condition de Dirichlet.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{possibilité 1} & \rightarrow \Phi_P = C \\ \text{possibilité 2} & \rightarrow \left( \frac{1-f}{\Phi_P} + \frac{f}{\Phi_I} \right)^{-1} = C \end{array} \right\} \quad (3.16)$$

où  $f$  – représentant la distance entre la face et le nœud P.

La condition de Neumann décrit un flux constant de la variable à la frontière. Pour une variable quelconque  $\phi$ , le flux de cette variable dans une direction, est la même entre deux volumes de control adjacents. Cette condition est la même quelque soit l'endroit où se trouve la frontière. On considère trois nœuds subséquents avec les valeurs



$\phi_1$ ,  $\phi_2$ , et  $\phi_1$  séparés par les distances  $d_1$ ,  $d_2$  dans la direction  $n$ . Par un développement en série de Taylor d'ordre deux, on obtient :

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial n} d_1 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2} \frac{d_1^2}{2} \quad \text{et} \quad \Phi_3 = \Phi_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial n} (d_1 + d_2) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2} \frac{(d_1 + d_2)^2}{2}$$

Le développement mathématique de ses expressions donne le résultat suivant :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = A_2 (\Phi_2 - \Phi_1) - A_3 (\Phi_3 - \Phi_1) \quad (3.17)$$

$$\text{avec, } A_2 = \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2}, \quad A_3 = \frac{d_1}{(d_1 + d_2) d_2}$$

On peut calculer, proportionnellement à cette expression, la valeur de la variable à la frontière si on connaît celle des deux nœuds adjacents. Cette méthode est efficace car l'approximation est du second ordre.

La condition mixte est juste une combinaison des deux premières. Pour la condition de surface émettrice, l'équation (2.33) donne une discrétisation sous la forme :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = A_2 (\Phi_2 - \Phi_1) - A_3 (\Phi_3 - \Phi_1) - q + N_r \zeta \quad (3.18)$$

La condition ouverte demande que la continuité soit respectée dans le volume de contrôle se trouvant à la frontière. Cette condition ne peut être déclarée que pour la vitesse dans une sortie ou une entrée fluide. Comme on peut le voir sur la figure 3.4, le calcul de la vitesse à la frontière consiste donc à résoudre la continuité dans le volume de contrôle principal situé avant la frontière en utilisant l'approximation de différence finie pour faciliter le calcul. On obtient:

$$\left(\frac{U_{i+1}-U_i}{\Delta X}\right)+\left(\frac{V_{j+1}-V_j}{\Delta Y}\right)=0 \quad (3.19)$$

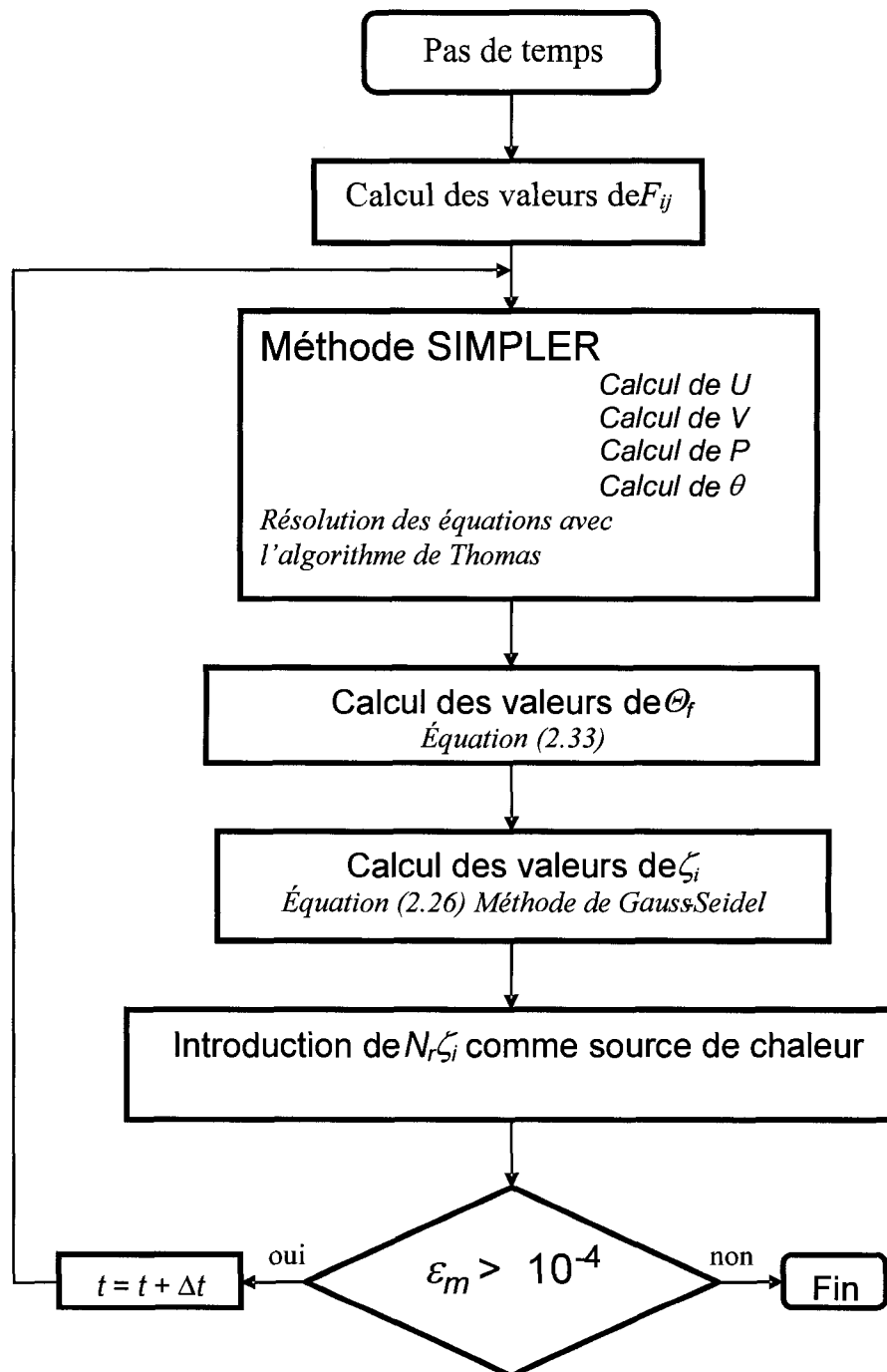
### 3.4. ALGORITHME DE RÉOLUTION DES ÉQUATIONS

La simulation va être constituée d'une succession en boucle de résolution du système d'équation de conduction/convection par la méthode SIMPLER et le calcul du flux de chaleur par radiation qui va être introduit dans la précédente résolution sous forme de source de chaleur. Les équations posées sont développées dans l'étude des cas d'écoulement non permanents. Pour éviter des erreurs de calcul, le pas de temps doit être du même ordre que les dimensions d'une maille.

Le travail de cette thèse est effectué avec l'hypothèse de l'écoulement permanent. La résolution dans ce cas va être effectuée en introduisant une condition d'arrêt de la simulation lorsque l'évolution dans le temps des variables principales  $U$ ,  $V$  et  $\theta$  devient inférieure à une valeur infime  $\varepsilon_m$ . La formulation de cette condition d'arrêt s'exprime de la manière suivante :

$$\sum (\Phi_{i,j}^{old} - \Phi_{i,j}) < 10^{-4} \text{ où } \Phi - \text{représente les valeurs absolues de } U, V \text{ ou } \theta$$

La valeur de  $10^{-4}$  est généralement admise dans la littérature comme satisfaisante pour ce type de problème. L'algorithme général de résolution des équations est présenté dans la figure 3.3.



## IV. ÉTUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR CONJUGUÉ DANS UNE CAVITÉ INCLINÉE LIMITÉE PAR UN MUR

### 4.1 INTRODUCTION

Le chapitre I donne une revue exhaustive des travaux précédents sur le transfert de chaleur dans les cavités fermées. Comme on peut le constater, l'importance de la radiation est avérée mais les techniques de résolution des problèmes avec trois modes de transfert de chaleur ne permettent pas d'étudier l'influence de certains paramètres du système sur le transfert de chaleur. En ce qui concerne le cas d'une cavité bordée d'un mur, cette configuration qui se retrouve dans plusieurs technologies solaires, comme les collecteurs solaires, n'a pas fait l'objet d'étude poussée dans la littérature. Dans ce chapitre, qui a fait l'objet d'un article soumis à une revue scientifique [115], on va s'atteler à montrer l'influence des échanges par rayonnement sur le transfert de chaleur dans une cavité inclinée soumise à un flux de chaleur constant sur une face et bordée par un mur en convection naturelle. Les autres faces de la cavité seront considérées comme adiabatiques. Le nombre de Rayleigh varie entre  $3 \cdot 10^8$  et  $3 \cdot 10^{10}$ . La taille de la cavité est de  $H=0.727$  m. Ces valeurs sont choisies par rapport à des applications de cavités solaires avec l'échelle de 1 m ou moins, telles que les capteurs solaires ou certains types de séchoirs solaires. Les valeurs du flux de chaleur sont néanmoins basses, inférieures à  $30 \text{ W/m}^2$ . Cette précaution est prise afin de s'assurer que les hypothèses, telles que l'écoulement laminaire et l'approximation de Boussinesq, soient respectées. L'objectif de cette étude est de développer les connaissances fondamentales en étudiant les phénomènes et processus qui se déroulent dans le cas étudié.

Les équations gouvernantes et les hypothèses qui régissent leur définition sont présentées dans le Chapitre 2. L'étude est basée sur les équations (2.21), (2.22), (2.23), (2.24), (2.26).

## 4.2 DESCRIPTION DE SYSTÈME

La figure 4.1 présente la configuration du système étudié. Dans une cavité bordée d'un mur latéral à droite et de deux faces horizontales adiabatiques, la face latérale de gauche est soumise à un apport de flux de chaleur constant. Ce flux de chaleur simule l'énergie reçue par le rayonnement solaire sur une face d'épaisseur négligeable.

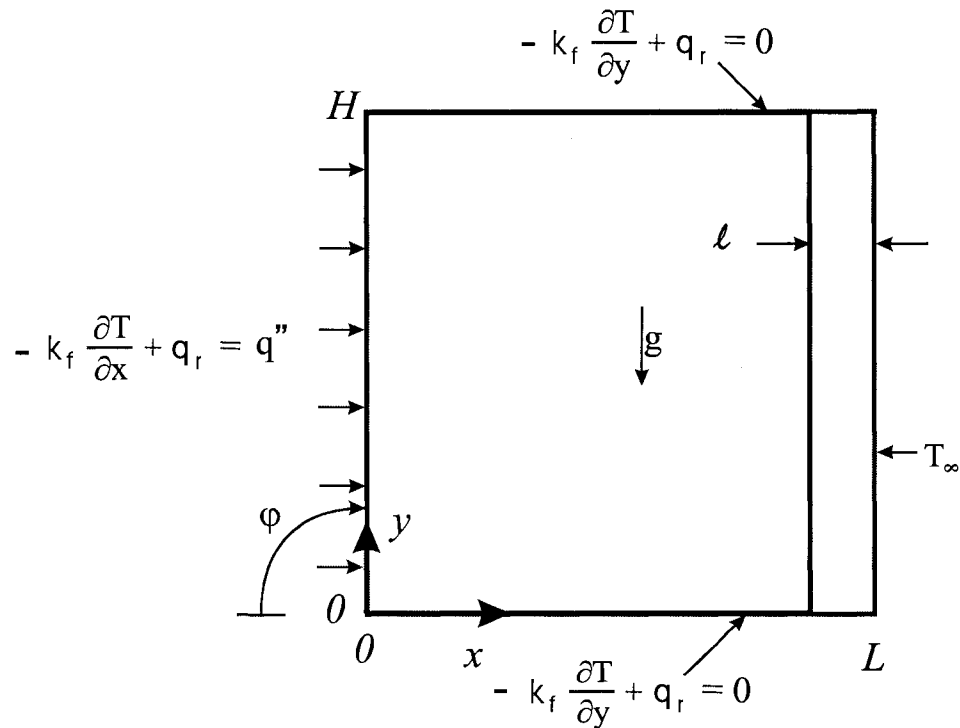


Figure 4.1 – Schéma descriptif de la cavité fermée avec le système de coordonnées

### 4.3 CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

Les conditions aux frontières pour cette étude sont définies comme suit :

$$\text{sur les surfaces solides:} \quad U = 0, V = 0 \quad (4.1)$$

$$X=0 \text{ à } A-\mathcal{U}/L, Y=0 \text{ et } 1: \quad -\frac{\partial \theta}{\partial Y} + N_r \zeta = 0 \quad (4.2)$$

$$X=A-\mathcal{U}/L \text{ à } 1, Y=0 \text{ et } 1: \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (4.2)$$

$$X=0, Y=0 \text{ to } 1: \quad q = -\frac{\partial \theta}{\partial X} + N_r \zeta = 1 \quad (4.3)$$

$$X=A, Y=0 \text{ to } 1: \quad \theta = 0 \quad (4.4)$$

### 4.4 MÉTHODE NUMÉRIQUE

Le développement de la technique numérique utilisée pour construire le programme nécessaire pour cette étude a été présenté dans le Chapitre 3. Pour cette étude spécifique, on a effectué une validation du programme avec un travail de benchmark reconnu dans la littérature [57]. Les résultats ont montré une déviation maximale de 1.84% et de 0.97% respectivement pour le nombre de Nusselt par convection et la valeur maximale de la fonction de courant à  $Ra=10^5$ . Ces valeurs deviennent respectivement 1.74% et 1.09% à  $Ra=10^6$ . On obtient donc une concordance adéquate avec des valeurs de benchmark. En plus, on a comparé les valeurs du nombre

de Nusselt par convection entre les surfaces chaudes et froides, et on obtient un écart inférieur à 0.5%. Ensuite, le cas d'une cavité bordée par un mur, en négligeant le transfert par radiation [64], a été testé. Le résultat est présenté dans le tableau 4.1 et montre un faible écart entre les valeurs engendrées. Pour évaluer la capacité à résoudre des problèmes conjugués avec trois modes de transfert de chaleur, on a testé le programme avec une étude sur le cas d'une cavité carrée formée de plusieurs partitions [73]. Le résultat est donné dans le tableau 4.2 et montre une concordance satisfaisante.

Tableau 4.1 – Validation du code numérique avec l'étude effectuée par Yedder et al. [64]

		[64]				Cette étude			
	$Ra=$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
$k_r=5$	$Nu=$	1.070	1.720	2.850	4.650	1.054	1.803	2.988	4.586
$k_r=10$	$Nu=$	1.070	1.720	2.950	4.910	1.068	1.806	2.975	4.979

Les simulations ont été effectuées en utilisant un maillage non uniforme pour réduire les gradients près des parois et ainsi faciliter la convergence. Le nombre de mailles a été déterminé par une étude de convergence pour les valeurs de paramètres suivantes :  $\mathcal{U}/L=0.05$ ,  $k_r=20$  et  $Ra=10^9$ . Le test a été effectué pour un nombre de mailles allant de  $35 \times 30$  à  $85 \times 80$ .

Le résultat, présenté dans le tableau 4.3, montre que pour un nombre de mailles entre  $55 \times 50$  et  $85 \times 80$ , la variation du nombre de Nusselt par convection est de 0.15% et du flux de chaleur par rayonnement 0.07%. Alors le nombre de mailles  $55 \times 50$  a été jugé adéquat pour obtenir des résultats dans un bon délai et avec une précision satisfaisante.

En posant les paramètres suivants :  $U/L=0.05$ ,  $k_r=20$  et  $Ra=10^9$ , on a étudié l'influence du coefficient de relaxation sur la convergence des simulations.

Tableau 4.2 – Validation du code numérique avec l'étude effectuée par Merhzab et al. [73]

		[73]				Cette étude		
		$Ra$	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
$U/L$	0.025	$Nu$	11.00	17.00	29.00	11.19	17.81	29.03
	0.050		12.80	21.50	31.00	12.61	21.80	31.43
	0.100		13.60	21.50	31.00	13.78	22.32	31.43
	0.150		14.10	21.50	31.00	13.67	21.98	30.97
	0.200		15.00	21.50	31.00	14.61	22.95	31.58
$U/L$	0.025	$\dot{V}$	3.00	14.00	39.00	3.17	14.51	40.33
	0.050		8.00	25.00	50.00	8.23	25.27	50.88
	0.100		12.50	29.00	49.00	12.15	30.72	53.46
	0.150		13.15	30.00	50.00	12.72	29.62	49.37
	0.200		13.90	30.00	50.00	13.76	31.53	53.72

On s'est aperçu qu'il n'y avait pas de convergence dans les simulations avec certaines valeurs du coefficient de relaxation utilisées pour calculer la température. La valeur optimale trouvée est de 0.5. Pour la vitesse, un coefficient de relaxation de 0.1 donne des solutions stables dans un délai satisfaisant.

## 4.5 RÉSULTATS ET DISCUSSION

Pour cette étude, le facteur de forme reste constant  $A=1$ .



Tableau 4.3 – Étude de convergence à  $Ra = 10^9$  et  $3 \times 10^{10}$  pour  $A=1$ ,  $\ell/L=0.10$ ,  $k_r=20$

Ra	Mailles	$Nu$	%	$q_r/q_t$	%	Temps t(sec)
$1 \times 10^9$	35x30	14.344	1.76	0.889	0.45	17
	45x40	14.100	0.03	0.891	0.15	26
	<b>55x50</b>	<b>14.075</b>	<b>0.15</b>	<b>0.892</b>	<b>0.07</b>	<b>36</b>
	65x60	14.025	0.50	0.893	0.00	51
	75x70	14.058	0.27	0.893	0.00	68
	85x80	14.096	0.00	0.893	0.00	89
$3 \times 10^{10}$	35x30	29.330	0.88	0.768	2.08	66
	45x40	29.839	0.84	0.769	1.85	95
	<b>55x50</b>	<b>30.067</b>	<b>1.61</b>	<b>0.773</b>	<b>1.40</b>	<b>80</b>
	65x60	29.613	0.08	0.779	0.59	104
	75x70	29.544	0.16	0.784	0.03	121
	85x80	29.590	0.00	0.784	0.00	162

Le paramètre géométrique variable de la cavité est l'épaisseur adimensionnelle du mur  $\ell/L = 0.00, 0.05, 0.10, 0.15$ . L'air est choisi comme fluide caloporteur et donc la valeur du nombre de Prandtl est constante,  $Pr=0.7$ . La conductivité thermique du mur va être variée avec les valeurs suivantes :  $k_r=5, 20, 50$  qui correspondent aux matériaux tels que la silice, le téflon et le verre. Pour l'étude de l'inclinaison, la cavité est inclinée selon les angles  $\varphi=60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$  où  $\varphi=90^\circ$  représente le mur vertical. Dans un premier temps, on va présenter les résultats pour le cas  $A=1$  et  $\varphi=90^\circ$ . Ensuite, on va étudier les résultats de l'étude paramétrique. Les résultats vont être présentés sous forme de variation des flux de chaleur adimensionnels par convection  $q_c/q_t$  et par rayonnement  $q_r/q_t$ , du nombre de Nusselt par convection  $Nu$  en fonction du nombre de Rayleigh. Les valeurs sont calculées sur la face chauffée à  $X=0$ . Pour le

calcul des échanges par radiation, on spécifie les paramètres suivants : la hauteur de la cavité  $H=0.727$  m, la température extérieure  $T_{\infty}=300$  K, le nombre de radiation varie entre 4592 et 15.3 lorsque le nombre de Rayleigh varie entre  $3.10^8$  et  $3.10^{10}$ .

On va discuter du transfert de chaleur dans la cavité en présentant les évolutions du nombre de Nusselt,  $Nu$ , les parts de flux de chaleur par convection,  $q_c/q_t$  et par radiation,  $q_r/q_t$  dans le flux de chaleur total émis par la face chauffée,  $q_t=q''$ . Le bilan d'énergie sur cette surface est :

$$\frac{q_c}{q_t} + \frac{q_r}{q_t} = 1$$

Les paramètres du système considérés sont  $A=1$ ,  $\ell/L=0.1$ ,  $k_r=20$  et  $\varphi=90^\circ$ .

On observe, dans la figure 4.2, que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh. Parallèlement, le flux de chaleur par rayonnement diminue avec  $Ra$ . En effet, lorsqu'on augmente le nombre de Rayleigh, on peut observer que la circulation augmente considérablement.

On passe de  $\Psi_{ext}=-21.52$  ( $X=0.81$ ,  $Y=0.48$ ) pour  $Ra=10^8$  à  $\Psi_{ext}=-54.17$  ( $X=0.84$ ,  $Y=0.48$ ) pour  $Ra=10^{10}$  lorsque  $\varepsilon=0$ , et de  $\Psi_{ext}=-21.11$  ( $X=0.3$ ,  $Y=0.77$ ) pour  $Ra=10^{10}$  à  $\Psi_{ext}=-68.33$  ( $X=0.69$ ,  $Y=0.1$ ) lorsque  $\varepsilon=1$ . Ce résultat est prévisible car l'augmentation de l'énergie au système doit entraîner une croissance de la circulation et donc de la part du transfert de chaleur par convection dans le transfert total. L'apport de l'échange par rayonnement influence lui aussi sensiblement l'écoulement et le transfert de chaleur. Pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt est décroissant en fonction de  $\varepsilon$ . Les trois derniers graphiques de la figure 4.2 montrent que plus le nombre de Rayleigh est élevé, moins il y a d'effet des échanges par rayonnement. Néanmoins, quelque soit le cas, parmi ceux étudiés, plus de 75 % des échanges de chaleur vont s'effectuer par rayonnement à  $\varepsilon>0.8$ .

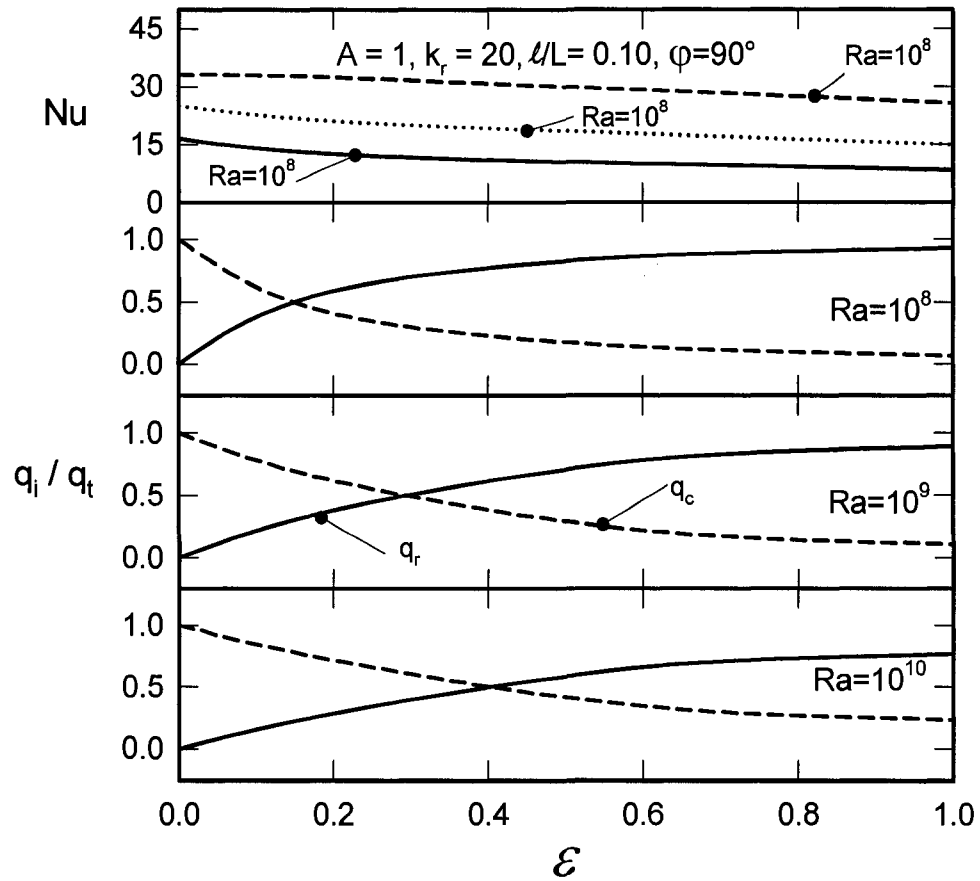


Figure 4.2 –  $Nu$ ,  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $\varphi$  pour différentes valeurs de  $Ra$

La température de la surface chauffée varie différemment en fonction de l'émissivité comme on peut le voir dans la figure 4.3a. Elle est sensiblement croissante pour  $\varepsilon=0$  alors qu'elle est quasiment constante pour  $\varepsilon=1$ . Ce résultat est prévisible, car à  $\varepsilon=0$ , l'air qui arrive à la base de la surface est à la température  $T_\infty$ , et il est réchauffé par contact à cette surface. Ne pouvant pas perdre son énergie accumulée sur la face supérieure, qui est adiabatique, elle garde la même température chaude et maximale.

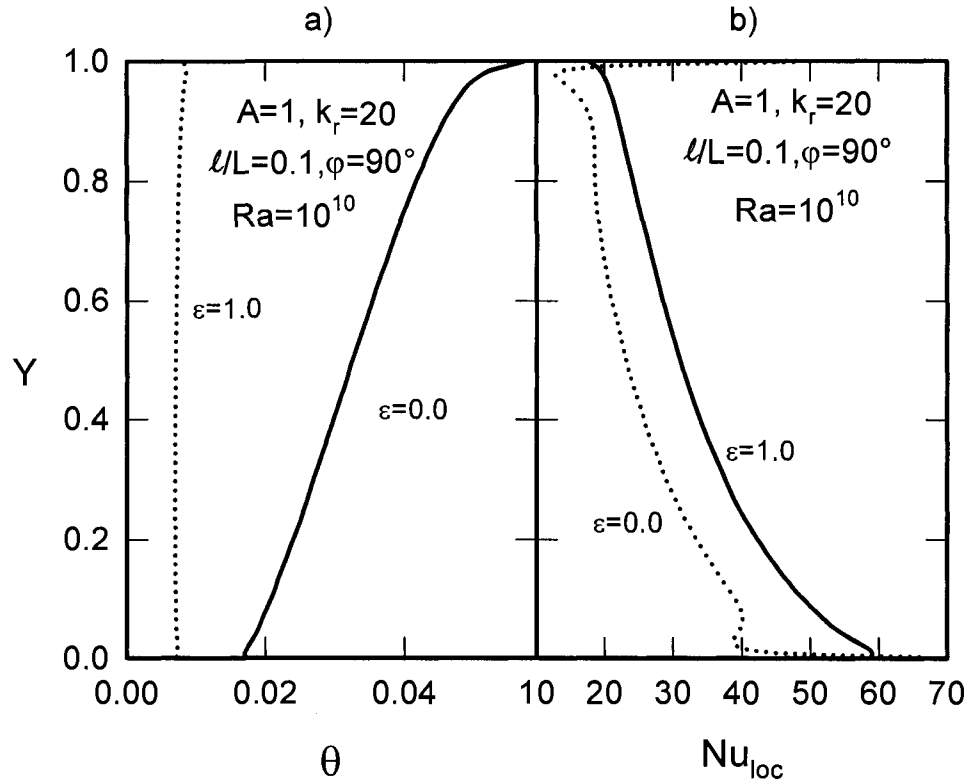


Figure 4.3 – Variation locale de la température et du nombre de Nusselt sur la paroi chauffée  $X=0$  à  $\varepsilon=0$  et 1, pour  $Ra=10^{10}$

Dans le cas où  $\varepsilon=1$ , la face perd une partie de sa chaleur par rayonnement avec les autres faces, ainsi celles-ci sont réchauffées et l'air qui arrive à la base de la surface est plus chaud. La température moyenne diminue ainsi considérablement. La figure 3.4b montre que cette variation de la température s'observe aussi dans le transfert de chaleur par convection où le nombre de Nusselt local sur la surface est plus faible pour  $\varepsilon=1$  que pour  $\varepsilon=0$ , sauf dans les coins. Les raisons de cette exception seront discutées plus tard dans les prochains paragraphes.

Pour visualiser l'écoulement de l'air et le transfert de chaleur dans la cavité, la figure 4.4 montre les isothermes et les lignes courant pour  $Ra=10^8$  et  $10^{10}$  à  $\varepsilon=0$  et 1. Les écarts de lignes de courant sont maintenus à  $\Delta\Psi=5$  et des isothermes à  $\Delta\theta=0.005$ . À

$Ra=10^8$ , comme on peut le voir à la figure 4.4a, on observe que la circulation diminue entre  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$ . D'autre part, l'effet des échanges par rayonnement, atténue la stratification de la température. À  $\varepsilon=1$ , les différences de température entre les surfaces diminuent considérablement par rapport à  $\varepsilon=0$ . On va appeler ce phénomène l'effet d'uniformisation de la température. Ces deux observations justifient la diminution du nombre de Nusselt car une circulation conserve sa forme unicellulaire entre  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$ . Le cas de  $Ra=10^{10}$  montre un phénomène contraire. Bien que le nombre de Nusselt diminue avec l'émissivité, on observe une augmentation de la circulation. Les isothermes montrent aussi une diminution de la différence de température entre les surfaces de la cavité à  $\varepsilon=1$ , ce qui justifie la diminution du nombre de Nusselt. L'augmentation de la circulation est due au fait que les quatre surfaces deviennent actives. On observe la transformation d'un écoulement unicellulaire à  $\varepsilon=0$  à un écoulement multicellulaire à  $\varepsilon=1$ .

L'analyse de la figure 4.4b a montré que sur les coins, le nombre de Nusselt local est plus grand à  $\varepsilon=1$  par rapport à  $\varepsilon=0$ . On peut, en agrandissant les isothermes sur l'angle supérieur gauche, comme on peut le voir à la figure 4.5, remarquer que le gradient de température près du coin est de plus en plus décroissant pour  $\varepsilon=0$ , alors que pour  $\varepsilon=1$ , il décroît loin de l'angle puis, tout près du coin il commence à accroître. C'est, ce renversement du sens de progression de la température, qui cause une augmentation brusque de  $Nu_{loc}$  dans les coins. Ce phénomène a déjà été identifié par Akiyama et Chong [67].

On va traiter dans les paragraphes suivants de l'influence de la variation de la conductivité du mur, la largeur et l'angle d'inclinaison de la cavité sur le transfert de chaleur. Pour ce faire, on va présenter leur effet sur le nombre de Nusselt. La figure 4.6 montre l'évolution du nombre de Nusselt par rapport à la conductivité du mur.

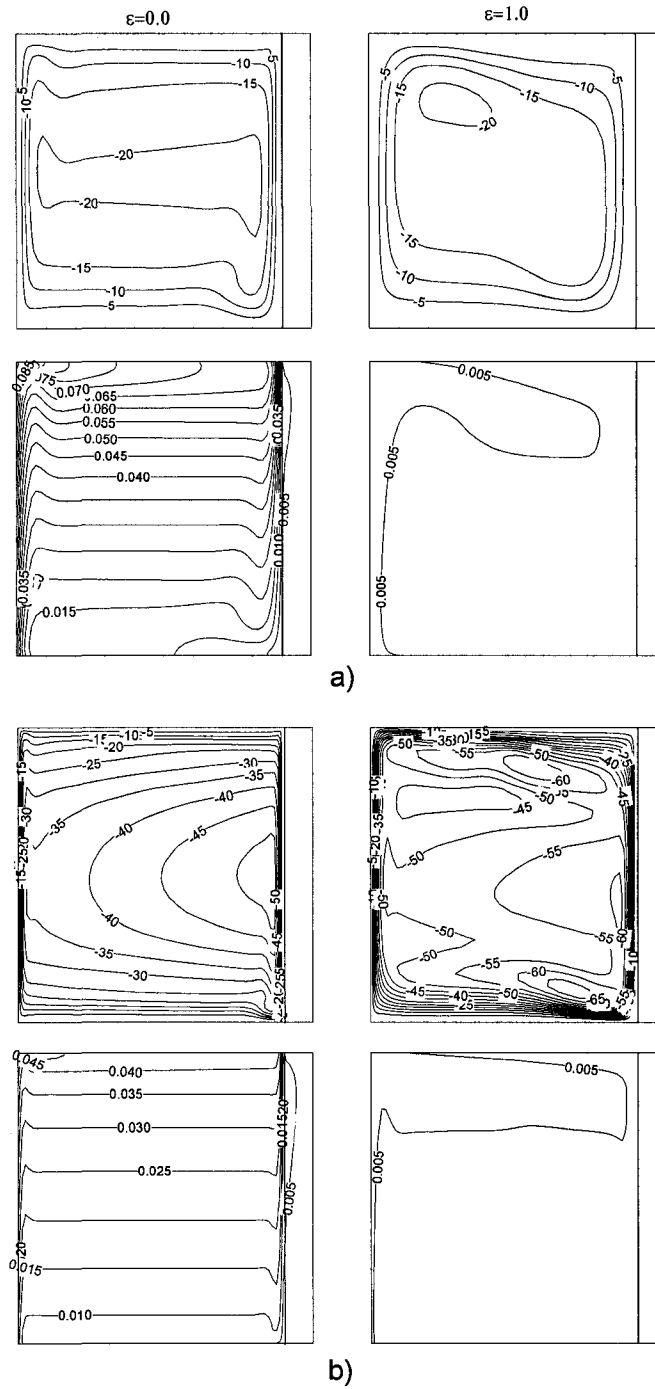


Figure 4.4 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) avec  $U/L = 0.1$  pour  $\epsilon = 0$  et  $\epsilon = 1$  et pour a)  $Ra = 10^8$ , b)  $Ra = 10^{10}$

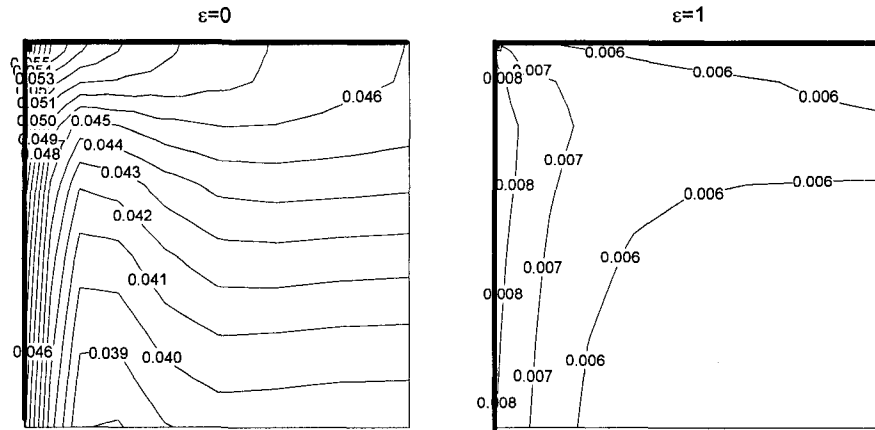


Figure 4.5 – Isothermes au coin gauche du canal  
( $X=0.9276$  à  $1$ ,  $Y=0$  à  $0.0460$ ) et pour  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$  à

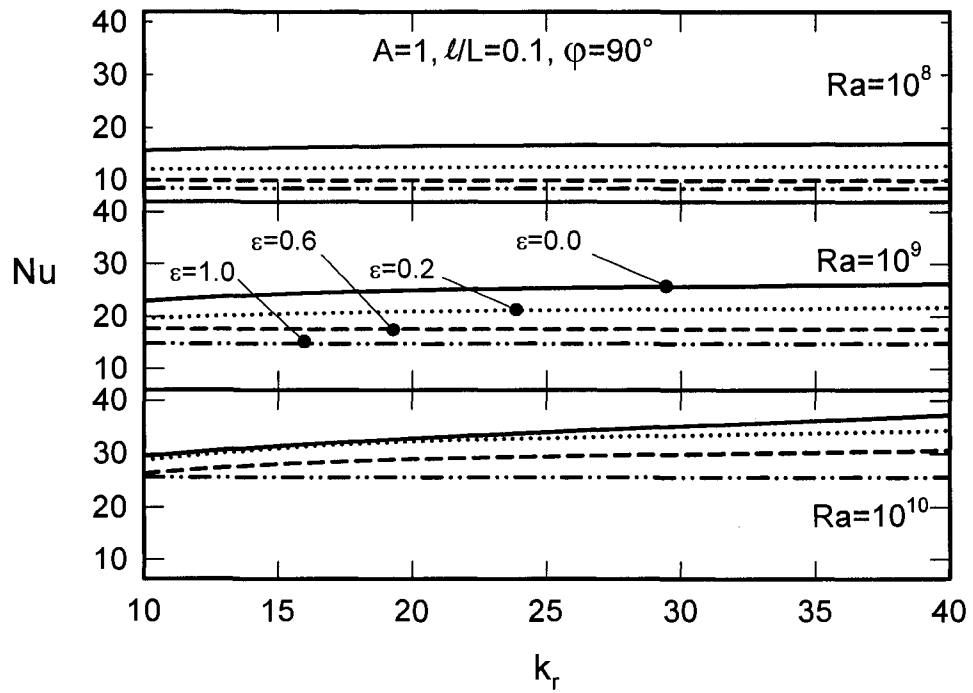


Figure 4.6 –  $Nu$  en fonction de  $kr$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$   
et  $Ra$

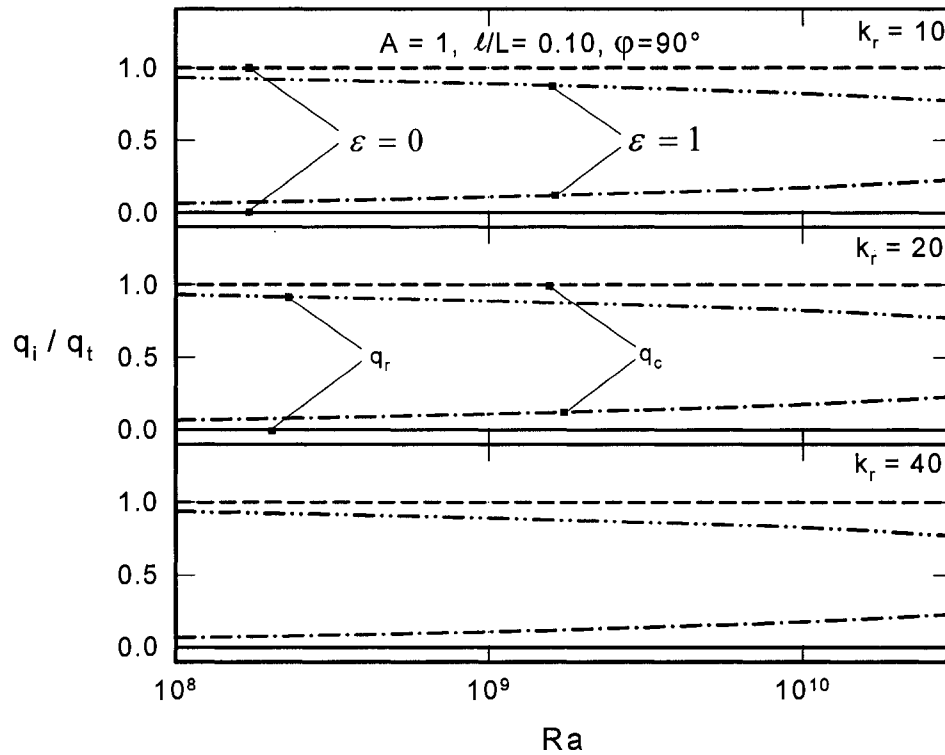


Figure 4.7 –  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de  $k_r$  avec  $\varepsilon=0$  et 1

Pour  $\varepsilon=0$ , le nombre de Nusselt est une fonction croissante de la conductivité relative et cette croissance s'accroît avec le nombre de Rayleigh. Mais on remarque que l'apport des échanges par rayonnement tend à niveler cette croissance. À  $\varepsilon=1$ , la variation du nombre de Nusselt devient quasiment invisible. Ceci s'explique par le fait que la variation de la conductivité du mur influence surtout la température sur la face interne du mur. À  $\varepsilon=0$ , les gradients de température sont relativement élevés donc le changement de température sur une face est sensible pour le transfert de chaleur. Au contraire, à  $\varepsilon=1$ , on a l'effet d'uniformisation de la température. La perte de chaleur engendrée par l'augmentation de la conductivité est comblée par une augmentation du transfert de chaleur par rayonnement et on obtient un certain équilibre. Bien que le flux



de chaleur par convection augmente avec le nombre de Rayleigh, comme on peut l'observer à la figure 4.7, il n'y a pas de variation en fonction de  $kr$  à  $\varepsilon=1$ .

On va discuter dans ce paragraphe l'influence de l'épaisseur du mur. On peut voir sur la figure 4.8 que la circulation de l'air dans la cavité est relativement semblable pour  $\mathcal{U}/L=0.0$  et pour  $\mathcal{U}/L=0.1$  tel que présenté à la figure 4.4. Néanmoins, la force de circulation diminue d'environ 10% entre  $\mathcal{U}/L = 0$  et 0.1. Ceci est prévisible car l'augmentation de la largeur du mur diminue la cavité d'écoulement de l'air et donc la force totale de la circulation. Malgré cette légère augmentation de circulation, on peut observer, à la figure 4.9, que le nombre de Nusselt qui diminue en fonction de l'épaisseur du mur à  $\varepsilon=0$ , et reste quasiment stable à  $\varepsilon=1$ . On observe le même effet d'uniformisation de la température dans la cavité qui a été décrit précédemment. Comme pour la conductivité, en variant la valeur de l'épaisseur du mur, on joue sur la température de la face interne du mur. Les échanges par rayonnement équilibrent les pertes dues à l'augmentation de la température. L'évolution de  $q_r/q_i$  montre bien une certaine constance par rapport à  $\mathcal{U}/L$  et à  $\varepsilon=1$ . Cet effet n'existe pas à  $\varepsilon=0$  et on remarque que l'évolution du nombre de Nusselt est différente pour  $kr$  variable et  $\mathcal{U}/L$  variable, car les deux variables modifient la température sur la surface interne du mur dans un sens contraire

En ce qui concerne l'influence de l'angle d'inclinaison, différents cas ont été simulés avec quatre valeurs de  $\varphi=60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  en conservant les autres paramètres constants,  $A=1$ ,  $\mathcal{U}/L = 0.1$ ,  $Kr=20$ . La valeur maximale du nombre de Nusselt est atteinte à  $\varphi=90^\circ$ . L'inclinaison de la cavité diminue donc le transfert de chaleur par convection. Cette diminution est plus accentuée lorsque le mur se trouve plus bas que la face chauffée.

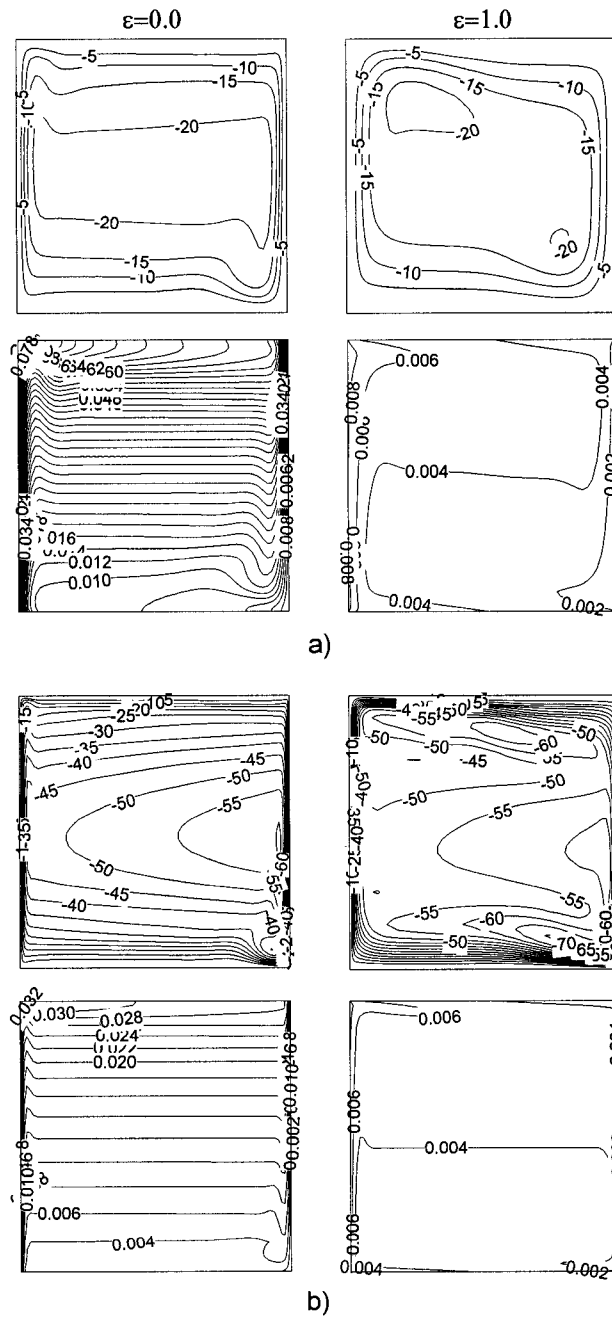


Figure 4.8 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) avec  $U/L=0.0$  pour  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$  et pour a)  $Ra=10^8$ , b)  $Ra=10^{10}$

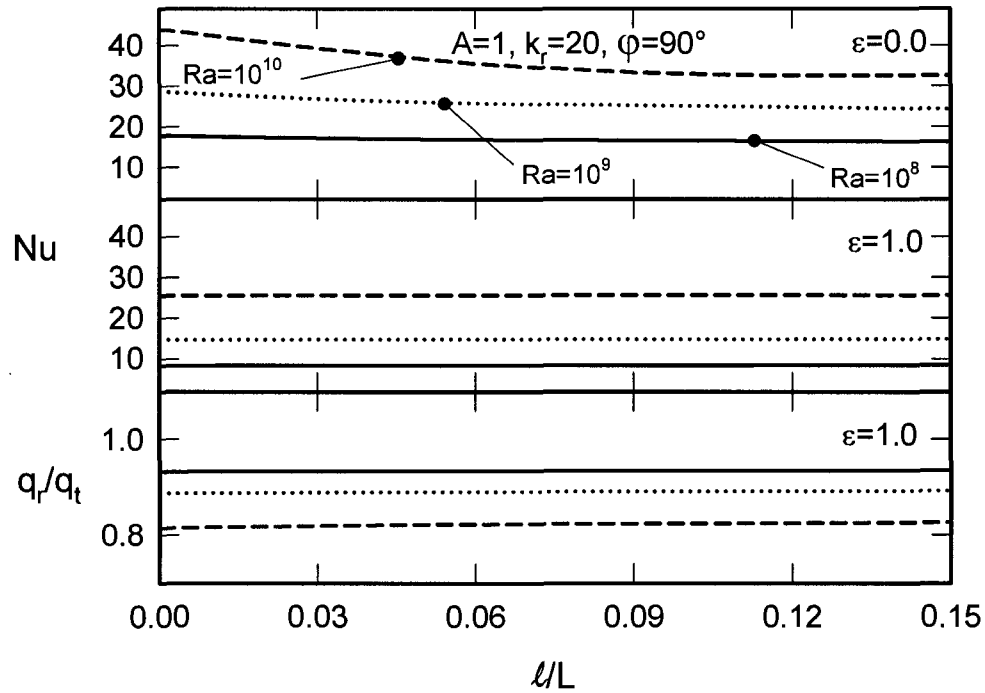


Figure 4.9 –  $Nu$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $l/L$  pour différentes valeurs de  $Ra$  avec  $\epsilon=0$  et 1

L'apport des échanges par rayonnement, dans ce cas, diffère en fonction de l'inclinaison. Pour  $\phi=60^\circ$ , le nombre de Nusselt diminue de 50% entre  $\epsilon=0$  et  $\epsilon=1$  pour  $Ra=10^8$  et de 28% pour  $Ra=10^{10}$ . Mais pour  $\phi=150^\circ$ , le nombre de Nusselt double sa valeur pour  $Ra=10^8$  comme pour  $Ra=10^{10}$ . La figure 4.10 permet d'expliquer ce phénomène. En effet, on remarque que, lorsque l'inclinaison de la cavité se fait de telle façon que la face chauffée se retrouve en bas,  $\phi < 90^\circ$ , le transfert de chaleur n'est pas perturbé car la chaleur se déplace toujours du bas vers le haut. Les échanges par rayonnement diminuent normalement la valeur du nombre de Nusselt sous l'effet d'uniformisation de la température. Mais pour  $\phi > 90^\circ$ , la surface chauffée est plus haute

que la cavité donc le transfert de chaleur est perturbé. On observe ainsi une forte diminution de la valeur du nombre de Nusselt, pour  $\varepsilon=0$ . Les échanges par rayonnement vont rendre les autres parois non chauffées de la cavité plus actives. On peut observer dans les figures 4.11b et 4.11c que la circulation du fluide est plus proche des parois pour  $\varepsilon=1$  que pour  $\varepsilon=0$ .

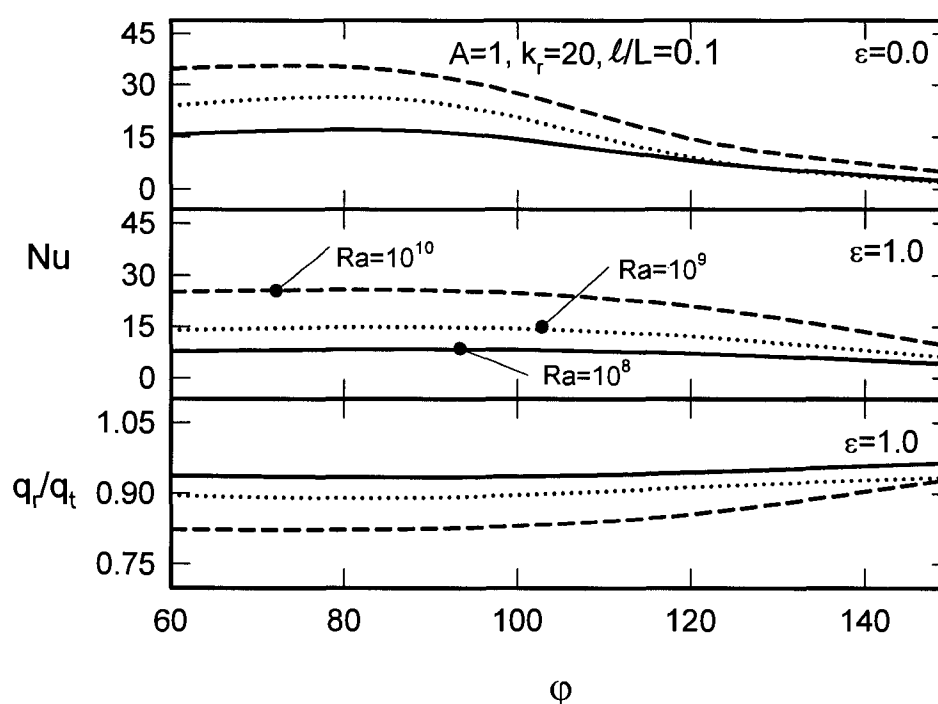


Figure 4.10 –  $Nu$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $\phi$  pour différentes valeurs de  $Ra$  avec  $\varepsilon=0$  et 1

Alors, la force de la circulation augmentant, le nombre de Nusselt augmente aussi. Cette augmentation s'effectue même si la part du flux par rayonnement augmente avec l'angle d'inclinaison, pour  $\phi > 90^\circ$ .

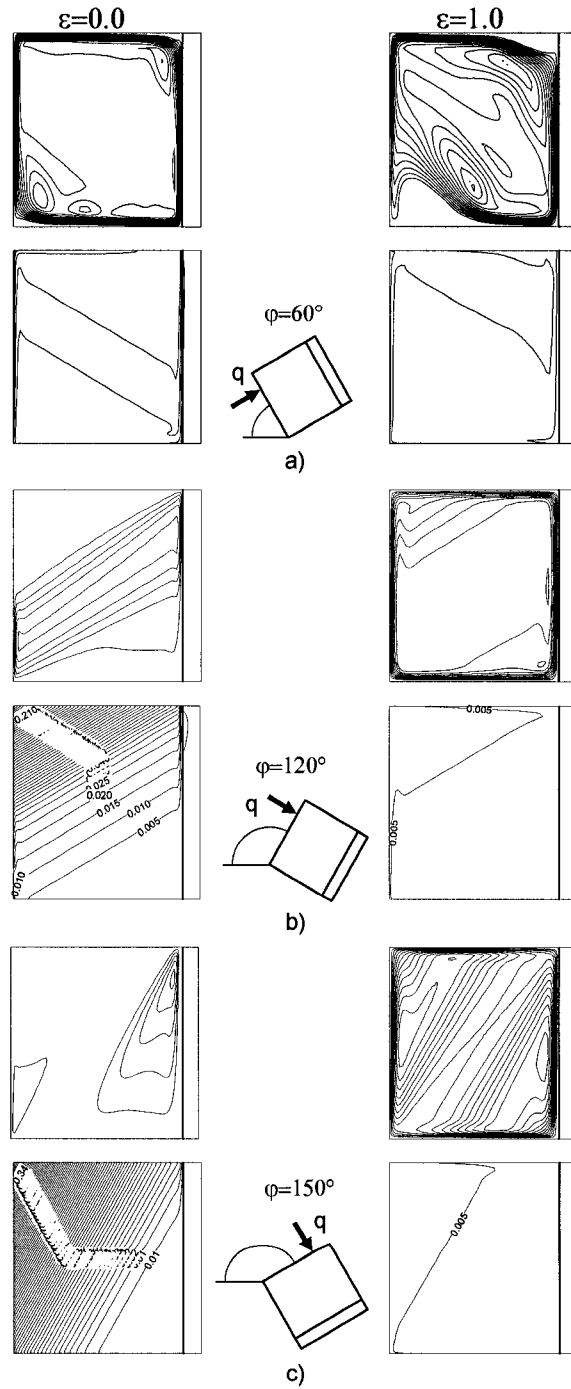


Figure 4.11 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) à  $Ra=10^{10}$  avec  $\varepsilon=0$  et 1 pour a)  $\varphi=60^\circ$ , b)  $\varphi=120^\circ$ , c)  $\varphi=150^\circ$

## 4.6 CONCLUSION

L'impact de la variation de certains paramètres du système sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans une cavité fermée bordée d'une paroi massive a été étudié dans ce chapitre. Les paramètres variables ont été les suivants :  $A= 6, 10$  et  $15$ ,  $kr= 10, 20$  et  $40$ ,  $\ell/L = 0.00, 0.05, 0.10$  et  $0.15$ ,  $\varphi= 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  et  $150^\circ$ .

La contribution du transfert de chaleur par rayonnement est plus importante que celle par convection, quelques soient les paramètres du système et l'intensité du flux de chaleur sur la face chauffée. La non prise en compte des échanges par rayonnement modifie donc considérablement l'écoulement de l'air ainsi que le transfert de chaleur dans le canal. La circulation devient multicellulaire lorsque l'intensité du flux de chaleur  $q''$  augmente. Les échanges par rayonnement rendent les quatre faces de la cavité active et la circulation est d'autant accélérée lorsque  $\varepsilon$  passe de 0 à 1. Mais cette augmentation de la circulation n'agit pas positivement sur le transfert de chaleur. Au contraire, le nombre de Nusselt diminue avec l'émissivité. Ceci est dû à un effet de réduction de la différence de température dans la cavité que l'on a appelé dans ce texte l'effet d'uniformisation de la température. La variation de la conductivité du mur agit sur la température de la face interne du mur. Elle diminue avec l'augmentation de la conductivité. Ainsi le nombre de Nusselt est une fonction croissante de la conductivité pour de faibles valeurs de l'émissivité. Mais l'augmentation de  $\varepsilon$  tend à niveler la variance du nombre de Nusselt à cause de l'effet d'uniformisation de la température. Cette remarque est aussi valable dans le cas de variation de l'épaisseur du mur. La température de la face interne du mur va augmenter en fonction de  $\ell/L$ . On a donc le nombre de Nusselt qui est décroissant. Cette allure est plus marquée pour les faibles valeurs de l'émissivité et disparaît quasiment à  $\varepsilon=1$ . L'effet de l'inclinaison de la cavité est différent suivant le sens de l'inclinaison. L'effet d'uniformisation de la température va agir sur le transfert de chaleur par convection si  $\varphi < 90^\circ$  et le nombre de Nusselt décroît avec l'émissivité. Mais pour les valeurs de  $\varphi > 90^\circ$ , les échanges par rayonnement

deviennent sources de circulation, et donc, impulsent un transfert par convection qui se trouve réduit pour  $\varepsilon=0$  à cause de la stratification verticale de la température dans le canal. Le nombre de Nusselt devient une fonction croissante de l'émissivité.

## V. ÉTUDE DES TROIS MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE CAVITÉ OUVERTE LIMITÉE PAR UN MUR

### 5.1 INTRODUCTION

Le chapitre précédent a traité le cas d'une cavité fermée bordée d'un mur latéral. Dans ce chapitre, on va retirer la face non massive de la cavité. La cavité devient ouverte sur un côté. Cette étude est à la base d'un article accepté pour publication dans une revue scientifique [116]. De ce fait, les rayons solaires arrivent directement sur la face interne de la paroi massive. Le cas a été étudié dans la littérature car il représente une géométrie fréquemment utilisée dans les capteurs solaires, où la cavité, ainsi configurée, représente une des ailettes placées en série. Le chapitre 1 montre bien la pertinence de cette étude, vu la prise en compte des échanges par rayonnement des surfaces de la cavité. L'objectif de cette étude est de déterminer, de manière fondamentale, l'influence des échanges par radiation et des paramètres du système sur l'écoulement de l'air et le transfert de chaleur dans la cavité. On va ainsi négliger les rayons solaires, qui pourraient tomber sur les faces horizontales de la cavité. Les rayons, absorbés par la face interne de la paroi massive, vont être introduits comme étant un flux de chaleur appliqué sur cette surface. Cette méthode a été utilisée dans différentes études [63,117].

Les modèles mathématiques et numériques du système, ainsi fournis, sont présentés dans les chapitres 2 et 3. Mais une modification a été apportée à la valeur caractéristique pour la longueur. Dans ce chapitre, la hauteur de la cavité  $H$  fera office de longueur caractéristique. Ce changement est dû au type de modification du facteur de



forme qui dans cette partie est effectué dans la direction  $X$ . On aura donc  $X$  qui varie entre 0 et  $A$  et  $Y$  entre 0 et 1.

## 5.2 DESCRIPTION DU SYSTÈME

La cavité, étudiée en deux dimensions, est constituée d'une paroi latérale massive chauffée de l'intérieur par un flux de chaleur constant et de deux parois horizontales adiabatiques. La géométrie et les conditions aux limites de température sont présentées à la figure 5.1. L'air entre et sort dans la cavité par la face droite de la cavité.

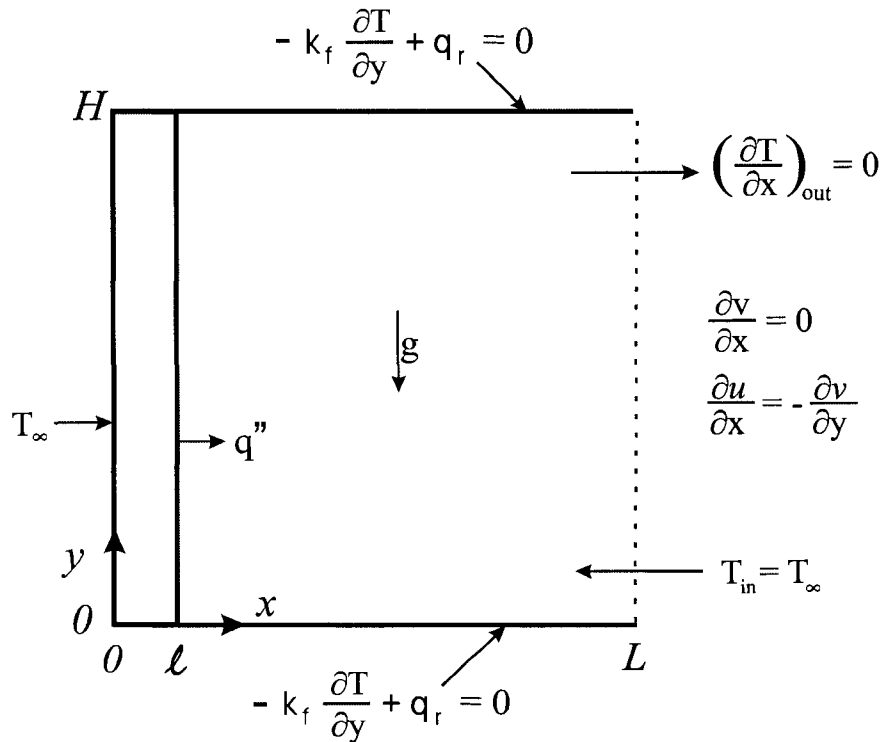


Figure 5.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées

### 5.3 CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

Le domaine de calcul est restreint à la cavité. Une étude de Polat et Bilgen [82] a montré qu'un allongement du domaine d'étude à l'extérieur de la cavité ne varie pas sensiblement les résultats de la simulation, et surtout pour les valeurs de  $Ra$  élevé,  $<0.1\%$  pour le nombre de Nusselt à  $Ra=10^{10}$ . Les conditions aux limites pour cette étude seront les suivantes :

$$\text{Sur les faces solides:} \quad U = 0, V = 0 \quad (5.1)$$

$$X=0 \text{ à } \ell/H, Y=0 \text{ et } 1: \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (5.3)$$

$$X=\ell/H \text{ à } A, Y=0 \text{ et } 1: \quad -\frac{\partial \theta}{\partial Y} + N_r \zeta = 0 \quad (5.4)$$

$$X=0, Y=0 \text{ à } 1: \quad \theta = 0 \quad (5.5)$$

$$X=A, Y=0 \text{ à } 1: \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \begin{cases} \theta = 0 & \text{pour } U \leq 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 & \text{pour } U > 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

### 5.4 VALIDATION DU CODE NUMÉRIQUE

En plus de tester le programme pour le cas de benchmark [57], comme présenté dans le chapitre précédent, on a validé les résultats obtenus pour la même géométrie que celle étudiée mais en tenant compte simplement de la conduction et de la convection [86]. Les résultats de la comparaison sont présentés dans le tableau 5.1. Ils montrent un faible écart des résultats obtenus par le programme et ceux de la littérature.

Tableau 5.1 – Comparaison des résultats du code numérique et ceux de l'étude de convection naturelle et conduction de Polat et Bilgen [86].

$Ra$	$Nu / \dot{V}$ [86]	$Nu / \dot{V}$ (Cette étude)	% Écart
$10^6$	1.01 / 0.20	1.016 / 0.190	-0.00594 / 0.05000
$10^8$	2.75 / 6.13	2.870 / 6.144	-0.04364 / -0.00223
$10^{10}$	11.32 / 35.52	12.012 / 33.216	-0.06111 / -0.02139
$10^{12}$	40.01 / 122.00	38.100 / 125.434	0.04774 / -0.02815

La cavité est formée de deux domaines, l'un solide et l'autre fluide. Dans la direction  $X$ , le maillage est uniforme dans le domaine solide et non uniforme dans le domaine fluide. Dans la direction  $Y$ , le maillage est toujours non uniforme. Ce choix est effectué pour faciliter la convergence dans le domaine fluide comme expliqué dans le chapitre 3. Une étude de convergence a été effectuée entre un maillage de (30x20) et de (70x60). Les résultats sont présentés dans le tableau 5.2. Le choix final du maillage s'est arrêté à 40x30, car on peut remarquer que le nombre de Nusselt ne varie que de 1,18 %, le débit de 0.59 % et le flux par rayonnement,  $q_r/q_t$  de 0.53 % entre 40 x 30 et 70 x 60. Le test a été effectué pour les paramètres  $l/L = 0.05$ ,  $kr = 20$  et  $A = 1$ . Pour le cas de  $A = 0.4$  et  $0.7$ , le même maillage 40x30 a été conservé. Dans tous les tests, cinq mailles ont été utilisés pour  $l/L = 0.05$ . Dans les cas de variations de  $l/L$ , 2 et 8 mailles ont été utilisées respectivement pour  $l/L = 0.02$  et  $0.08$ . Cette précaution est prise pour respecter le flux de chaleur interne du mur qui doit être comparable d'un test à l'autre.

Tableau 5.1 – Résultats de l'étude de convergence

Size	$Nu$	%	$\dot{V}$	%	$q_r/q_t$	%
30X20	8.731	3.87	29.216	2.71	0.00200	2.82
40X30	8.888	2.14	28.672	0.80	0.00203	1.60
<b>50X40</b>	<b>8.996</b>	<b>0.95</b>	<b>28.502</b>	<b>0.20</b>	<b>0.00204</b>	<b>0.87</b>
60X50	9.045	0.41	28.482	0.13	0.00205	0.49
70X60	9.082	0.00	28.445	0.00	0.00206	0.00

## 5.5 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Comme dans le chapitre précédent, le fluide caloporteur circulant dans la cavité est l'air et  $Pr=0.7$ . La variation du flux de chaleur sur le mur est représentée par une variation de  $Ra=10^9$  à  $10^{12}$ . Ce qui correspond à un flux de chaleur allant de 1 à 1000  $W/m^2$ , valeurs réalistes pour les applications solaires ou de circuits électroniques. La longueur caractéristique, choisie comme étant la hauteur de la cavité, est fixée à  $H=0.727$ , semblable à celle choisie dans le chapitre précédent. La température de l'environnement est de 300 K. Le nombre de radiation,  $N_r$ , varie alors entre 0.46 et 459.

En plus d'étudier les effets de la variation du flux de chaleur sur le mur et l'influence des échanges par rayonnement, on a aussi abordé les effets du facteur de forme de la cavité,  $A=0.4, 0.7$ , et 1, de l'épaisseur du mur,  $\ell/L=0.02, 0.05$  et 0.08 et de la conductivité du mur  $k_r=1, 10, 20$  et 50. L'influence de l'émissivité des parois est étudiée en variant  $\varepsilon=0, 0.1, 0.5, 0.8$ , et 1.0.

Par conservation de masse, le débit d'air entrant dans la face ouverte de la cavité est égal au débit d'air sortant. Pour montrer les effets sur le courant, ce débit sera

présenté en plus des lignes de courant. Pour l'influence sur le transfert de chaleur, on va calculer le nombre de Nusselt et présenter les isothermes.

Les paramètres du système de base sont les suivants :  $A=1$ ,  $u/L=0.05$ ,  $k_r=20$ . On va d'abord étudier l'influence de la variation de flux et de l'émissivité des parois sur ce système. La circulation d'air dans le canal est fortement influencée par  $Ra$  et  $\varepsilon$ . Elle augmente avec les deux paramètres. En effet, s'il est avéré dans la littérature [87] que la circulation augmente avec  $Ra$  pour  $\varepsilon=0$ , on constate qu'avec l'augmentation de  $\varepsilon$ , ce phénomène va en s'accroissant. En effet,  $\Psi_{ext}$  augmente de -27.26 pour  $Ra=10^{10}$ , à -55.62 pour  $Ra=10^{11}$  et -107.74 pour  $Ra=10^{12}$  lorsque  $\varepsilon=0$ , alors que pour  $\varepsilon=0.5$ ,  $\Psi_{ext}=-28.39$  pour  $Ra=10^{10}$ , -56.40 pour  $Ra=10^{11}$  et -127.92 pour  $Ra=10^{12}$ . Pour le cas idéal de parois assimilées à des corps noirs,  $\varepsilon=1$ , la circulation augmente encore et  $\Psi_{ext}$  passe de -29.81 pour  $Ra=10^{10}$  à -57.21 pour  $Ra=10^{11}$ , et -136.99 pour  $Ra=10^{12}$ . La figure 5.2 montre que même la forme de la circulation est modifiée. À  $\varepsilon=0$ , on n'observe presque pas d'écoulement à la base de la cavité alors que cet écoulement est renforcé à  $\varepsilon=1$ . L'explication de cette augmentation notable de circulation devient explicite au vu des isothermes. Dans le cas où  $\varepsilon=0$ , on n'a pas de température sur la face inférieure de la cavité. L'air n'est réchauffé qu'au contact de la face chauffée du mur. De même, la face supérieure étant adiabatique, il n'y a pas de perte de chaleur et la température s'élève. On a donc une sorte de stratification de la température, sauf le long du mur chauffé. Lorsqu'on ajoute les échanges par rayonnement, une partie de l'énergie acquise par la face chauffée du mur et la face supérieure est perdue au bénéfice de la face inférieure de la cavité. Alors on peut voir sur la figure 5.3 qu'une variation de température apparaît sur cette face. La face chauffée n'est plus la seule qui engendre du mouvement d'air. Et bien que son énergie propre de convection diminue, les apports des deux autres faces induisent une augmentation de la circulation de l'air pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh.

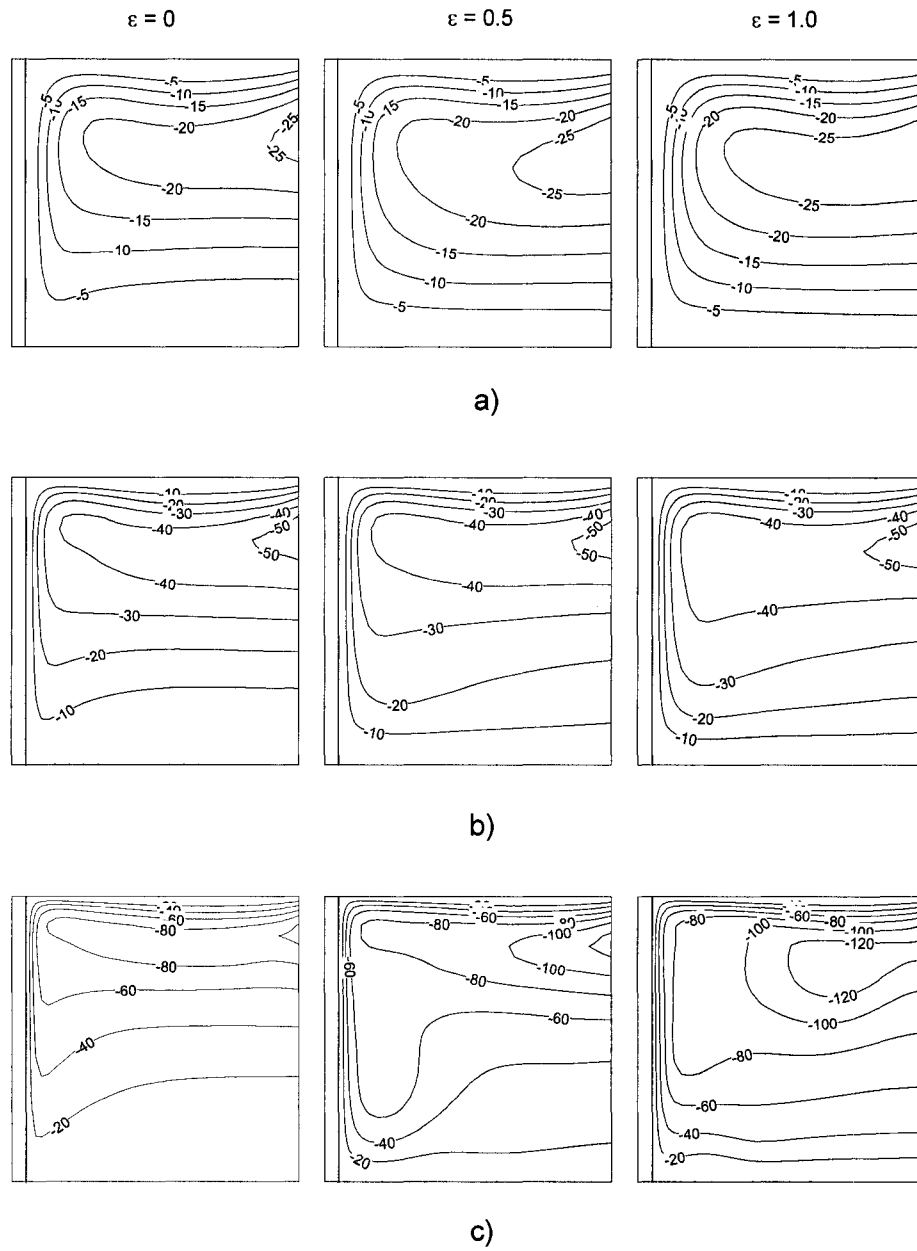


Figure 5.2 – Lignes de courant pour  $\mathcal{L}/L=0.05$ ,  $k_r=20$  et  $\varepsilon=0, 0.5, 1$  avec a)  $Ra=10^{10}$ , b)  $Ra=10^{11}$ , c)  $Ra=10^{12}$ .

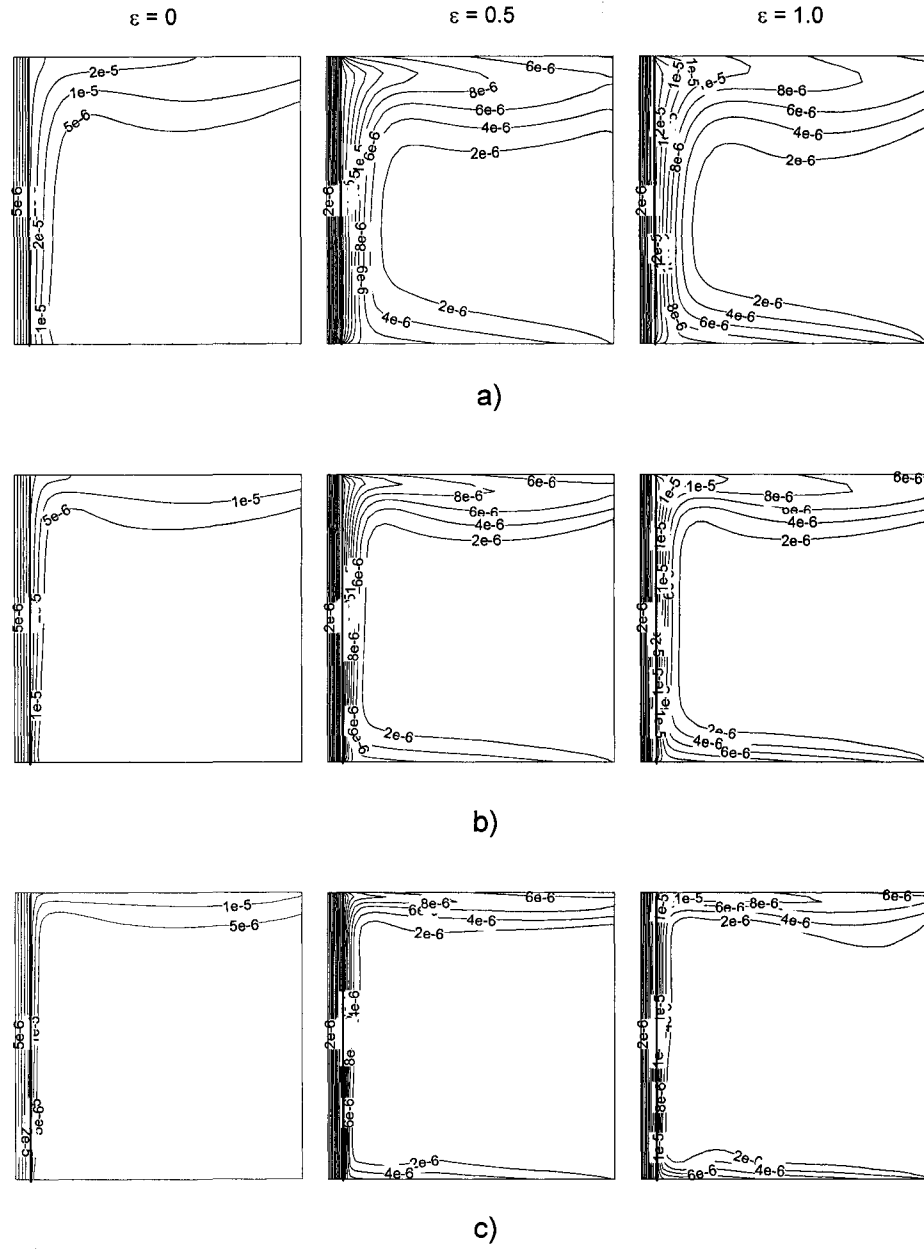


Figure 5.3 – Isothermes pour  $U/L = 0.05$ ,  $k_r = 20$  et  $\varepsilon = 0, 0.5, 1$  avec  
a)  $Ra = 10^{10}$ , b)  $Ra = 10^{11}$ , c)  $Ra = 10^{12}$ .

Le même phénomène a été observé et expliqué dans le cas de la cavité fermée et présentée dans le chapitre 4, où on a aussi observé une augmentation de circulation, mais seulement pour les valeurs du nombre de Rayleigh élevées. La différence vient du fait que la face latérale dans ce cas est ouverte et n'exerce aucune friction sur l'écoulement de l'air. On peut aussi observer que les isothermes, qui sont concaves par rapport à la face chauffée, deviennent convexes sur la face supérieure. Ce phénomène a été observé et expliqué dans le chapitre précédent. Néanmoins, l'augmentation du débit qui découle de celle de la circulation n'est vraiment sensible que pour  $Ra > 10^{11}$ , phénomène observable sur la figure 5.4.

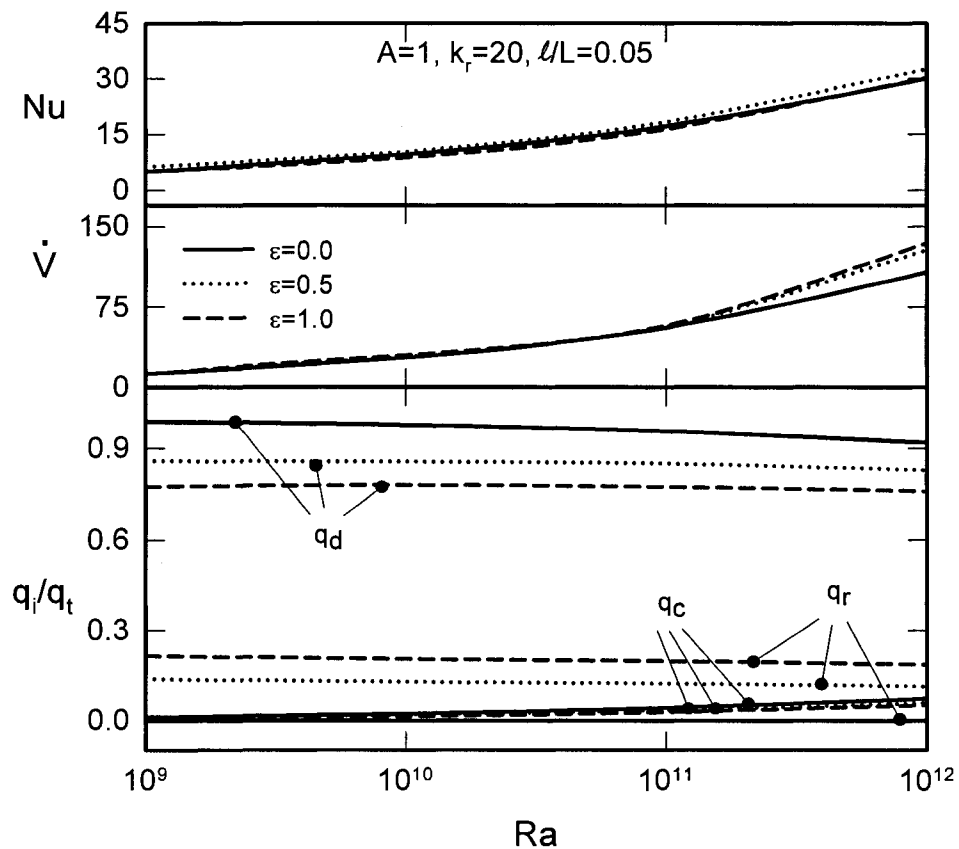


Figure 5.4 –  $Nu$ ,  $q_c/q_t$ ,  $q_d/q_t$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$



Le flux de chaleur qui est apporté au système sur la face interne du mur se dissipe en grande partie par conduction dans le mur. Sur la figure 5.4, on peut observer que pour  $\varepsilon=0$ , la part de conduction représente plus de 90 % du flux total. Elle diminue un peu avec le nombre de Rayleigh de 98.6% pour  $Ra=10^9$  à 91.9 % pour  $Ra=10^{12}$ , ce qui est attendu à cause de l'augmentation de la circulation d'air et de la convection. Lorsqu'on ajoute les effets du transfert par rayonnement, la variation du flux par conduction en fonction du nombre de Rayleigh devient négligeable. En plus, la part de la conduction diminue sensiblement. Elle passe à environ 85% pour  $\varepsilon=0.5$  et à 77% pour  $\varepsilon=1$ . Cette chute se fait quasi complètement au bénéfice du transfert par rayonnement. La part de transfert dû à la convection ne varie que très légèrement avec  $\varepsilon$ . Ce qui explique la faible dépendance du nombre de Nusselt en fonction de l'émissivité. Cette augmentation du nombre de Nusselt en fonction de  $\varepsilon$  n'est sensible que pour  $Ra>10^{11}$  à cause de l'augmentation du débit d'air.

Pour montrer les effets des échanges par rayonnement sur la sortie de l'air, le profil de vitesse et la température à la sortie de la cavité à  $X=1$  sont présentés pour le cas  $A=1$ ,  $\ell/L = 0.05$ ,  $k_r=20$  avec  $Ra=10^{10}$ . Dans le même temps, la variation du nombre de Nusselt local,  $Nu_{loc}$ , en fonction de la hauteur de la cavité pour trois points de la cavité, est présentée ( $X=0.05 A$ ,  $0.6 A$ , et  $A$ ).

On peut observer à la figure 5.5a que la circulation de l'air est modifiée avec l'apport de la radiation. Comme on l'a montré précédemment, l'air passe dans la base de la cavité. Le profil de vitesse est plus uniforme dans la partie entrée d'air pour  $\varepsilon=1$  par rapport à  $\varepsilon=0$ . Le profil de température est lui aussi modifié et surtout dans les coins. Ceci est dû aux échanges par rayonnement qui agit sur la température des faces horizontales de la cavité. La température de la face supérieure diminue alors que la face inférieure augmente. Le profil de  $Nu_{loc}$  montre qu'un transfert de chaleur par convection inverse se crée à la base de la cavité. On a une certaine uniformisation du transfert de chaleur sur le mur. Un phénomène semblable est à l'origine de ce que nous avons appelé

effet d'uniformisation de la température dû à la radiation. Mais dans le cas de la cavité ouverte, la face ouverte est toujours à la température extérieure  $T_\infty$  et donc la radiation ne permet pas une uniformisation générale de la température et du flux de chaleur sur le mur.

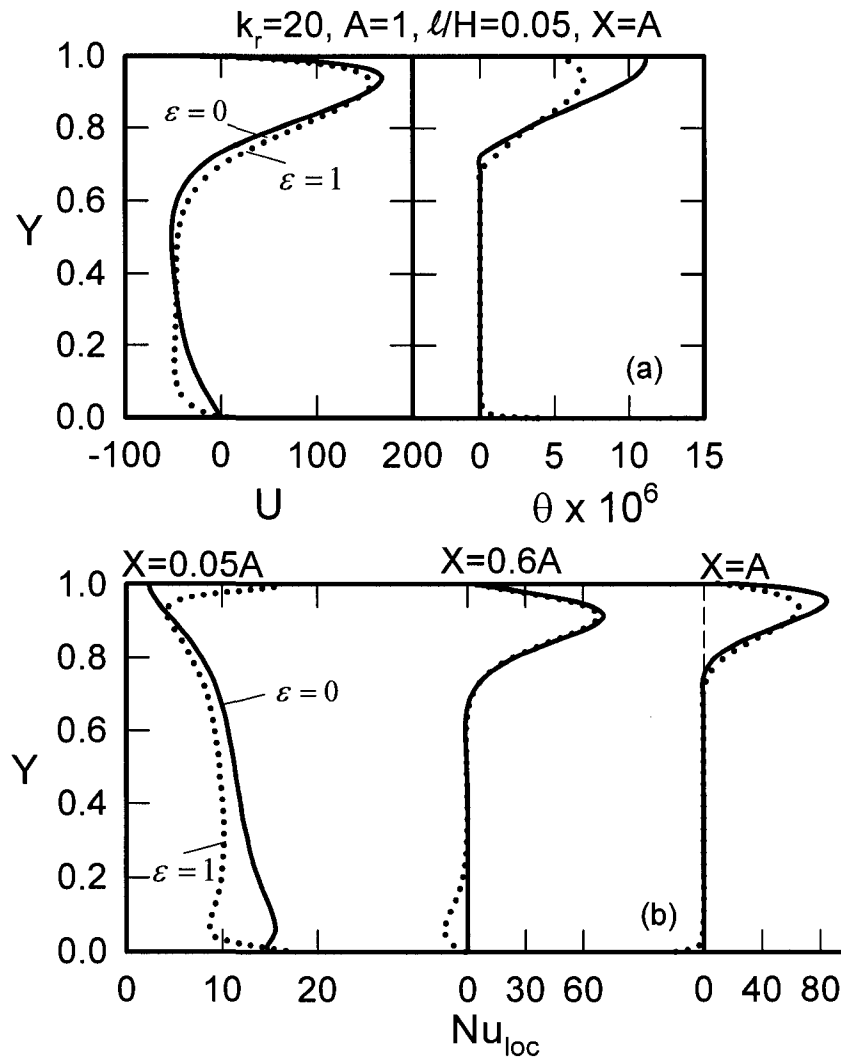


Figure 5.5 – Variation locale de la température et du nombre de Nusselt sur trois surfaces dans la cavité pour  $A=1$ ,  $l/L=0.05$ ,  $k_r=20$  et  $Ra=10^{10}$

On va continuer par l'étude de l'effet de la conductivité du mur. Pour ce faire, les paramètres suivants du système vont être maintenus constants :  $A=1$ ,  $\ell/L=0.05$ . On va varier la conductivité adimensionnelle du mur de  $k_r=1, 10, 20$  et  $50$ , qui correspond à une grande gamme de matériaux de construction tels que les matériaux isolants, le bois, le métal, le béton, la terre cuite, etc. La figure 5.6 montre, comme on l'a expliqué précédemment, que le nombre de Nusselt est fortement dépendant du nombre de Rayleigh, mais peu de l'émissivité. En général, le nombre de Nusselt est décroissant en fonction de  $k_r$ .

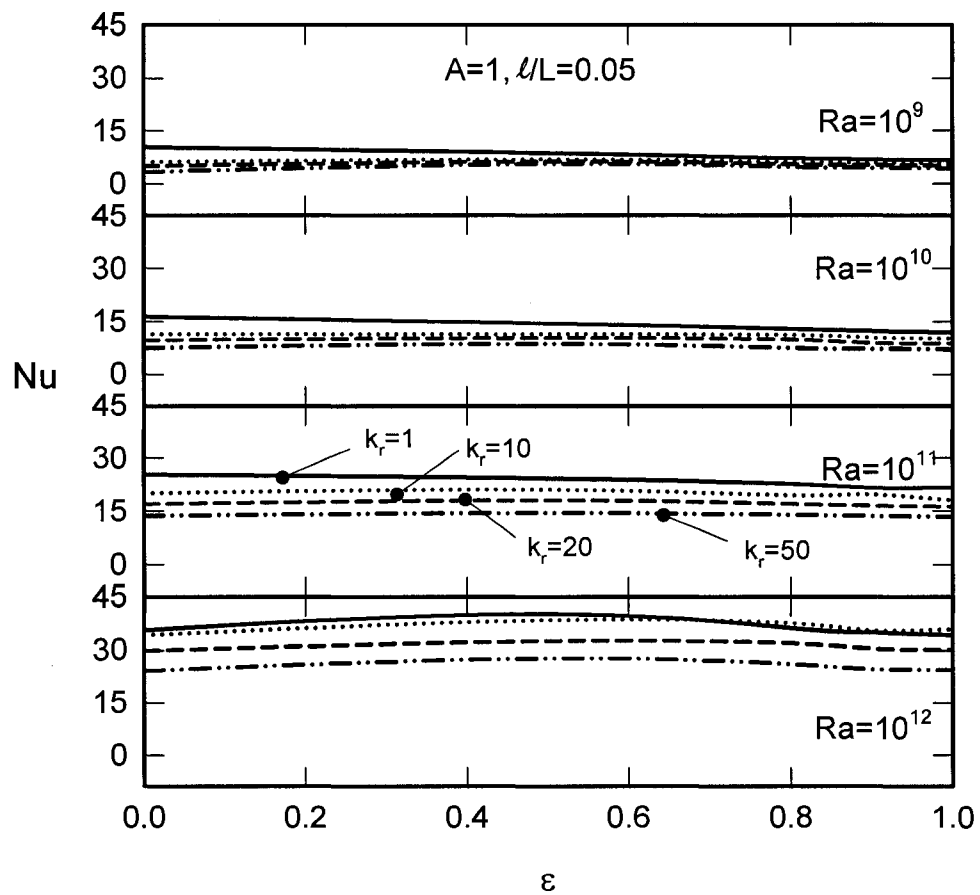


Figure 5.6 –  $Nu$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et  $k_r$

Ce résultat est attendu car l'augmentation de la conductivité du mur entraîne une augmentation du flux de conduction et donc une diminution des autres modes de transfert de chaleur. D'autre part, on remarque que la dépendance du nombre de Nusselt par rapport à la conductivité du mur  $k_r$  est en fonction du nombre de Rayleigh. Pour  $Ra=10^9$ , seules les valeurs, pour le cas isolé, sont légèrement élevées par rapport aux autres valeurs de la conductivité. Plus le nombre de Rayleigh augmente, plus la forme décroissante du nombre de Nusselt, par rapport à la conductivité, est marquée. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le débit d'air dans le canal est décroissant en fonction de la conductivité. La figure 5.7 montre que, plus le nombre de Rayleigh est élevé, plus cette tendance est marquée.

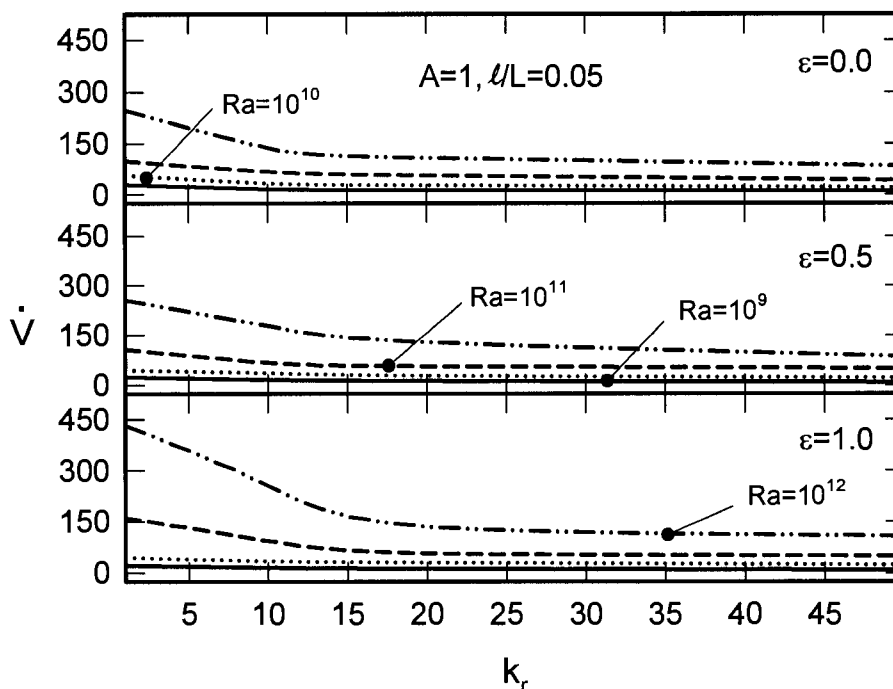


Figure 5.7 – Le débit  $\dot{V}$  en fonction de  $k_r$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  et  $Ra$

Pour  $Ra=10^9$  et  $10^{10}$ , la variation de débit en fonction de  $k_r$  est très faible. D'où une faible convection et donc  $Nu$  quasiment constant. Mais pour  $Ra=10^{11}$ , et surtout  $Ra=10^{12}$ , on observe une grande variation du débit. La figure 5.8 permet de voir que pour  $Ra=10^9$ , le flux de chaleur par convection est quasi constant pour toutes les valeurs de  $k_r$ . La variation du flux de chaleur par conduction en fonction de  $k_r$  se fait strictement au bénéfice du flux de chaleur par radiation  $q_r/q_t$  pour  $\varepsilon \neq 0$ . Or à  $Ra=10^{12}$ , on a une légère diminution de  $q_r/q_t$  en fonction de  $k_r$ . Ce qui induit une variation du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité du mur.

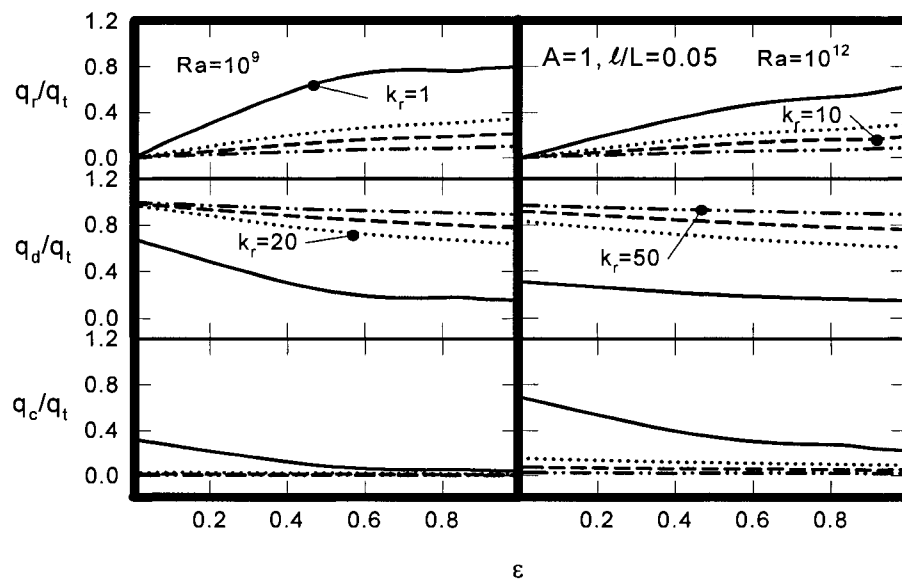


Figure 5.8 –  $q_r/q_t$ ,  $q_d/q_t$  et  $q_c/q_t$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $k_r$  avec  $Ra=10^9$  et  $10^{12}$

D'autre part, le cas d'utilisation d'un matériau isolant, où  $k_r=1$ , est très différent des autres. L'indépendance du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh n'est plus valable. Dans ce cas, l'émissivité a un rôle accru dans le transfert de chaleur. On observe à la figure 5.8 que pour  $Ra=10^9$ ,  $q_d/q_t$  décroît fortement de  $\varepsilon=0$  à  $\varepsilon=1$ . Les transferts par conduction et convection représentent

respectivement 68% et 32% du transfert total à  $\varepsilon=0$  alors qu'à  $\varepsilon=1$ , elles sont réduites respectivement à 15% et 4%. La part des échanges par radiation, devient majoritaire. Cet état se maintient à  $Ra=10^{12}$  où la part de transfert par radiation passe de 0% à 62% pour  $\varepsilon=0$  à  $\varepsilon=1$ . Ce phénomène s'explique par le fait que l'ajout d'un mur isolant réduit la part de transfert par conduction. Ainsi, la température du mur aura tendance à augmenter et à entraîner la hausse les échanges par radiation avec les autres faces et l'environnement. Alors, bien que le débit d'air soit une fonction croissante de l'émissivité, la part de transfert par convection est sensiblement réduite avec l'émissivité.

Maintenant, on va traiter de l'influence de l'épaisseur du mur. Les paramètres constants du système sont :  $A=1$ ,  $k_r=20$ . Le nombre de Nusselt est une fonction croissante de l'épaisseur du mur,  $\mathcal{U}/L$ . Ce résultat, présenté à la figure 5.9, est attendu car, plus on augmente l'épaisseur du mur, plus la part de transfert par conduction diminue et donc les parts de la convection et la radiation augmentent. De ce fait, le débit d'air dans la cavité augmente aussi. Néanmoins, on observe que pour  $\mathcal{U}/L > 0.05$ , l'effet de l'augmentation de l'épaisseur sur le transfert par conduction est sensiblement réduit. L'augmentation du transfert par radiation se fait au détriment de la part de transfert par convection. On constate que le nombre de Nusselt diminue pour  $\mathcal{U}/L > 0.05$ . Ce phénomène est lié à la conduction dans le mur. Avec l'apport des échanges par rayonnement, la température du mur a tendance à décroître, et donc à diminuer le flux de chaleur par conduction. Le phénomène contraire se produit avec l'augmentation de la part de transfert par convection. On atteint le point d'équilibre à une épaisseur du mur  $\mathcal{U}/L \approx 0.05$  et l'augmentation de la part de transfert de chaleur par radiation se fait au détriment de celui par convection.

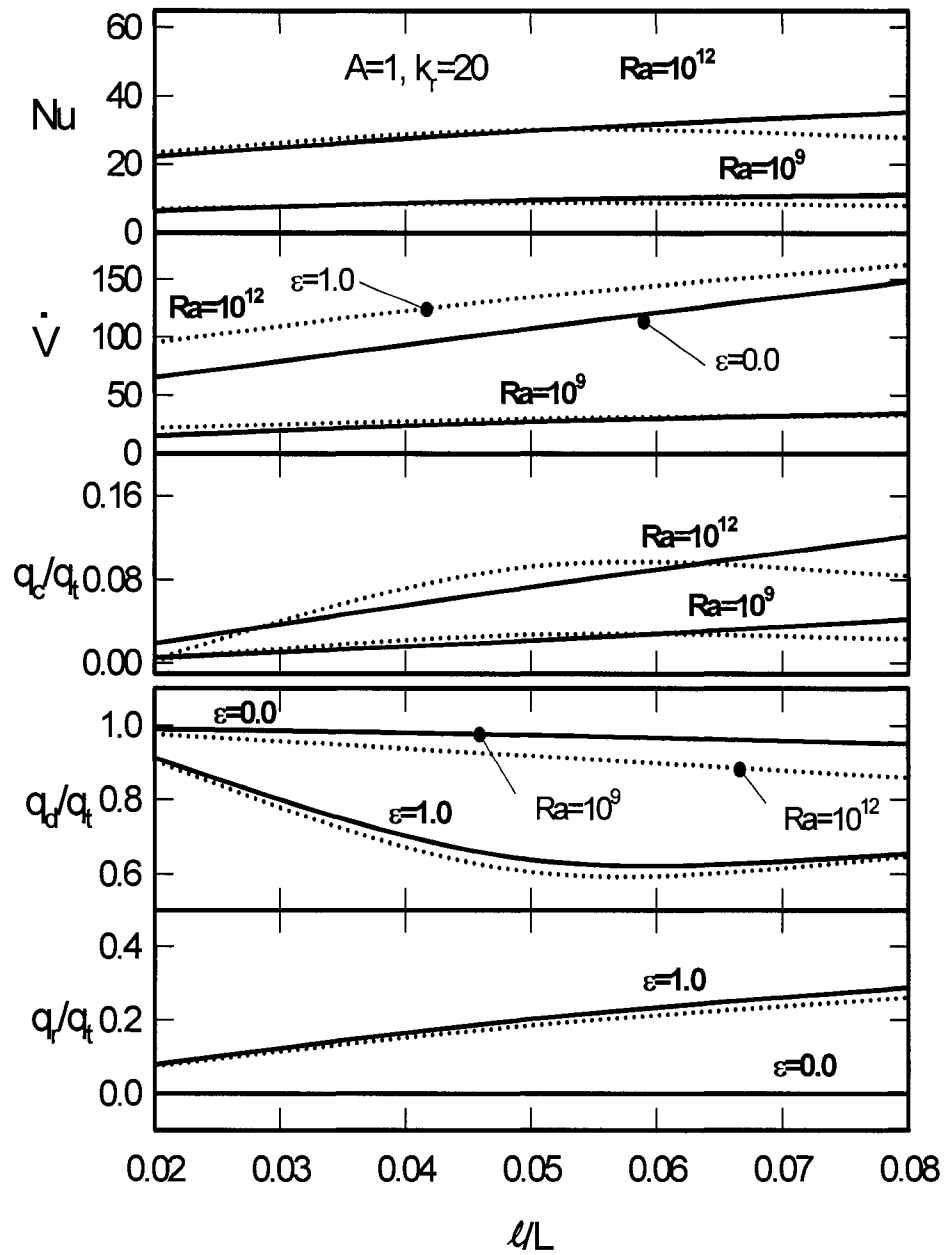


Figure 5.9 –  $Nu$ ,  $q_c/q_t$ ,  $q_d/q_t$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $l/L$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$  et  $Ra$

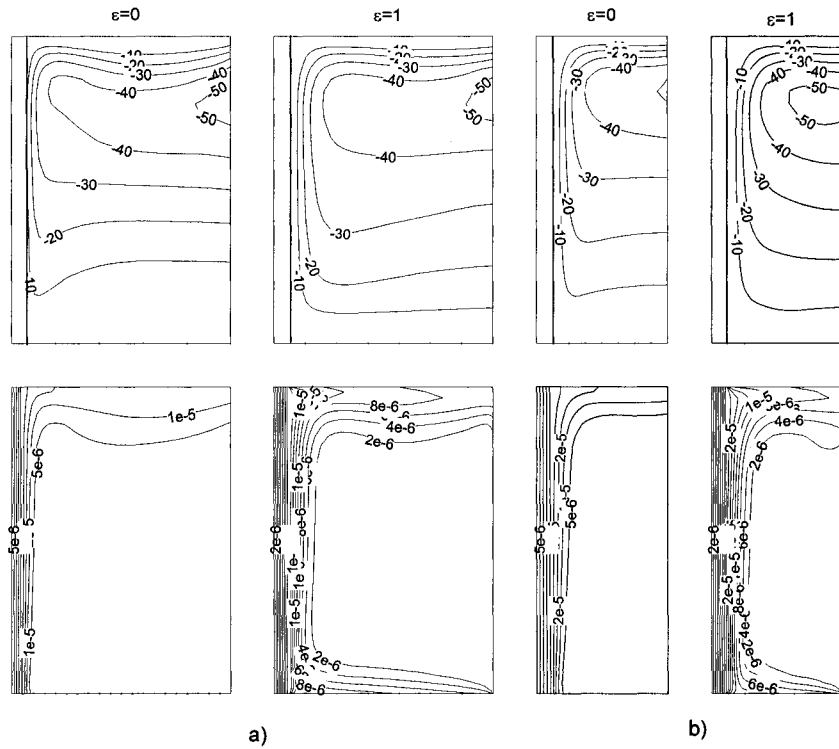


Figure 5.11 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas)  
pour  $\mathcal{L}/L=0.05$ ,  $k_r=20$ ,  $Ra=10^{11}$ ,  $\varepsilon=0$  et 1 avec a),  $A=0.7$  b)  $A=0.4$

On va discuter dans ce paragraphe de l'influence du facteur de forme  $A=L/H$  sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide dans le canal. Les paramètres du système sont  $k_r=20$ ,  $\mathcal{L}/H=0.05$ . Les variables  $Nu$ ,  $q_d/q_t$  et  $q_d/q_t$  restent quasi invariables. Seule la circulation augmente légèrement, observable sur la figure 5.10. La figure 5.11 montre qu'il n'y a quasiment pas d'effet du facteur de forme  $A$  sur le système pour  $\varepsilon=0$ .

Le résultat est attendu car la diminution de la largeur de la cavité à  $\varepsilon=0$ , ne modifie que la circulation de la cavité, et très peu les conditions de transfert de chaleur sur le mur. Lorsque les échanges par rayonnement sont introduits, le transfert par convection reste constant en fonction de  $A$ , tandis que le flux par conduction augmente



et le flux par radiation diminue. Le débit d'air augmente, car dans le cas  $\varepsilon=1$ , les parois horizontales sont actives et engendrent de la circulation. Donc l'augmentation du facteur de forme  $A$  génère une plus grande circulation de l'air. Parallèlement, on observe une décroissance du nombre de Nusselt. Ceci est dû à l'augmentation de la température sur le mur et à la diminution du flux par rayonnement,  $q_r/q_t$ . Néanmoins, globalement, l'effet de  $A$  est relativement négligeable car les variations du nombre de Nusselt et du débit ne sont supérieures à 6% que dans des rares cas extrêmes, par exemple à  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^{12}$ .

## 5.6 CONCLUSION

Cette étude avait pour objectif de déterminer l'effet de la variation du flux de chaleur et de l'émissivité des parois sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans une cavité ouverte. Une étude complémentaire des effets de la variation de l'épaisseur du mur  $U/H=0.02, 0.05, 0.08$ , du facteur de forme  $A=U/H=0.4, 0.7, 1$  et de la conductivité du mur  $k_r=1, 10, 20, 50$  a été effectuée.

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh mais varie très peu avec l'émissivité sauf pour  $Ra>10^{11}$ . Les échanges par rayonnement tendent à uniformiser la température et le flux de chaleur sur la face chauffée du mur. Ceci est le résultat de l'effet d'uniformisation de la température même si la face ouverte de la cavité empêche une uniformisation plus poussée. La vitesse de l'air tend aussi à s'uniformiser à l'entrée de la cavité.

L'effet de la conduction est différente pour le cas de matériau isolant, lorsque  $k_r=1$ , et les autres cas. Lorsque le mur est formé par un isolant, le nombre de Nusselt, le débit et le flux de chaleur par convection sont fortement décroissants en fonction de  $k_r$ , quelque soit l'émissivité et la valeur du nombre de Rayleigh.

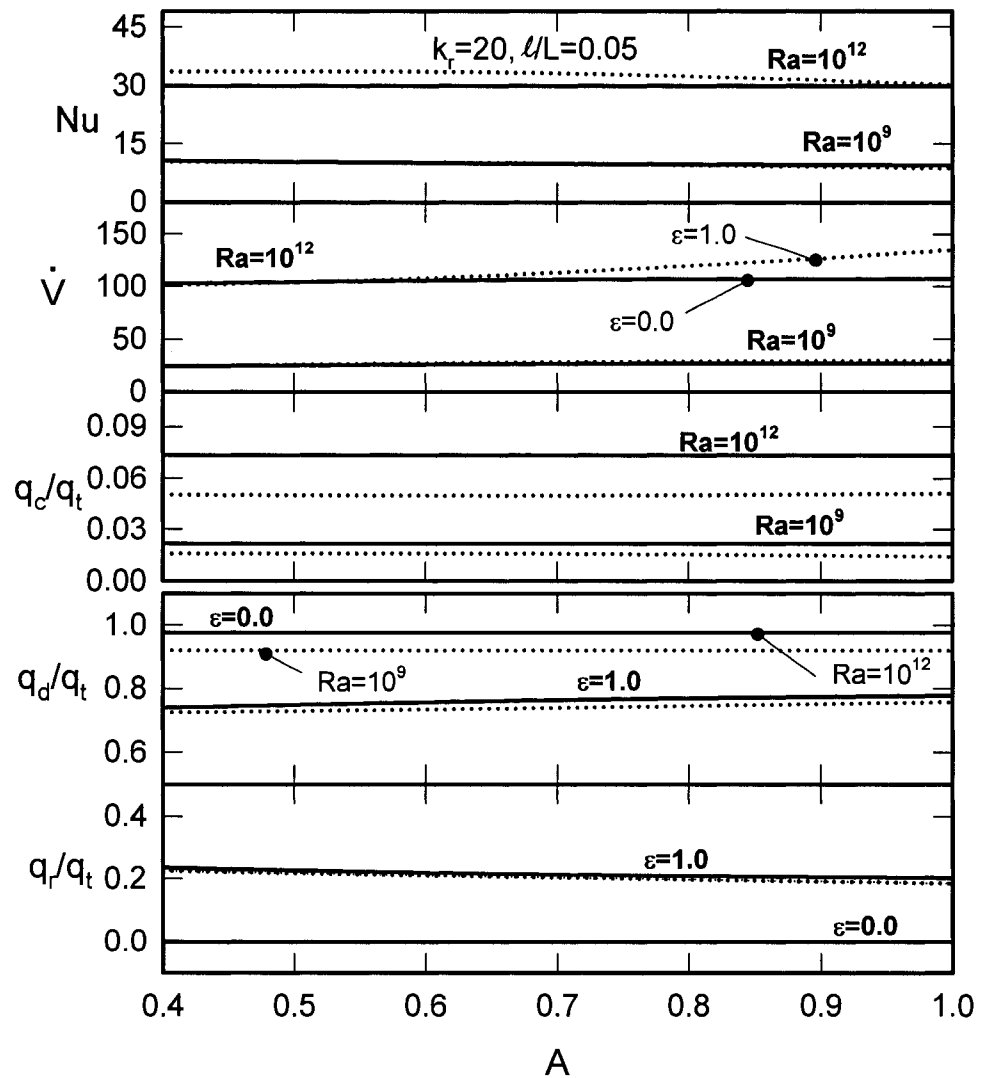


Figure 5.10 –  $Nu$ ,  $q_c/q_t$ ,  $q_d/q_t$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $A$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$  et  $Ra$

Mais pour les autres cas, le nombre de Nusselt, le débit et le flux de chaleur par convection sont quasi invariants pour toutes les valeurs de l'émissivité et pour les faibles valeurs de  $Ra$ . Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la variation du nombre de

Nusselt, du débit et du flux de chaleur par convection en fonction de  $k_r$  deviennent sensibles.

À une épaisseur de mur  $\mathcal{U}/H \approx 0.05$ , un équilibre se crée entre les deux tendances contradictoires; la croissance de la température par une augmentation de  $\mathcal{U}/H$  et sa décroissance en fonction de l'augmentation de l'émissivité. Alors pour  $\mathcal{U}/H > 0.05$ , le flux de chaleur par conduction reste quasi constant et l'influence de cette variation sur le transfert de chaleur diminue. Seul le débit de l'air continue à augmenter à cause de l'apport croissant des faces horizontales à l'écoulement.

L'influence du facteur de forme est très faible sur le transfert de chaleur et le débit, et n'est sensible que dans les cas externes où il y a beaucoup d'énergie dans le système.

## VI. ÉTUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR CONJUGUÉ DANS UNE CHEMINÉE SOLAIRE

### 6.1 INTRODUCTION

La revue bibliographique, présentée dans le chapitre 1, montre les lacunes existantes dans la littérature sur l'étude de l'influence du transfert par rayonnement dans les canaux. Ce chapitre, qui fait l'objet d'un article soumis à une revue avec jury [118], présente une étude numérique de l'influence des paramètres géométriques et du transfert par rayonnement sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans une cheminée solaire formée par deux murs et chauffée par des rayons solaires. Les rayons solaires sont reçus par l'une des faces externes de la cheminée, et la chaleur est transmise à l'intérieur par conduction. Le réchauffement crée une différence de densité de l'air entre l'entrée et la sortie de la cheminée, ce qui induit un mouvement d'air ascendant. Ce problème peut être modélisé par un canal composé de deux parois massives dont l'une est chauffée par un flux de chaleur constant. Cette description, plus fondamentale, va faire l'objet de cette étude.

### 6.2 DESCRIPTION ET MODÉLISATION DU PROBLÈME

La géométrie du système étudié est présentée dans la figure 6.1. Le système est formé par un canal composé de deux parois massives. Le mur de gauche est ouvert dans sa partie inférieure et isolée sur sa surface extérieure. Le mur de droite reçoit un flux de chaleur constant sur sa surface externe. La base horizontale du canal est isolée.

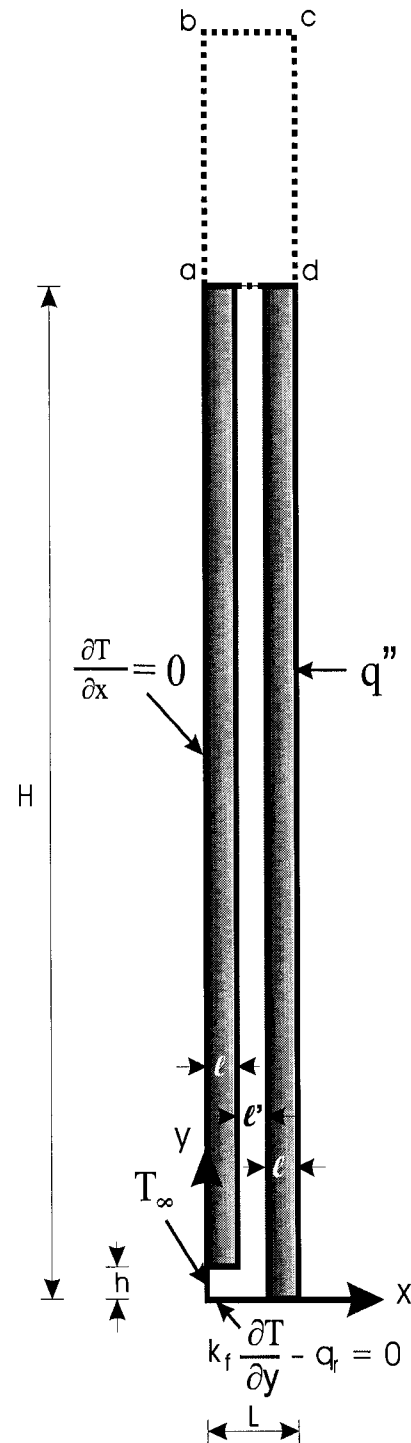


Figure 6.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées

Les formulations mathématiques, modélisant le système, sont présentées dans le chapitre 2. Le modèle est constitué par les équations (2.21), (2.22), (2.23), (2.24), (2.26) pour la convection, la conduction et la radiation avec l'équation (2.32) pour le couplage des trois modes de transfert de chaleur.

### 6.3 CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

On a effectué une étude complémentaire afin de déterminer la pertinence d'introduire un domaine de calcul allongé aux ouvertures du canal. La figure 6.2 montre les configurations étudiées. À la sortie du canal, un allongement du domaine de calcul a été étudié. La lettre S représente le cas sans allongement et la lettre A celui d'un allongement de  $0.3H$ . En plus, on a étudié trois cas de conditions aux limites pour la température : Dirichlet, Neumann, et Mixte pour les sorties H et L comme présenté à la figure 6.2a. On a ainsi formé 12 configurations à simuler avec lesquels, on a déterminé la variation sur le nombre de Nusselt, du débit de l'air dans le canal et l'allure générale de l'écoulement et du transfert de chaleur. Tous les calculs ont été effectués avec les paramètres suivants du système :  $A=10$ ,  $U/L=0.333$ ,  $h/L=0.333$ ,  $k_r=20$  et  $\varepsilon=1.0$ .

Trois cas, le cas de condition de Dirichlet dans le cas S, les cas de condition de Neumann aux sorties H et L, dans le cas A, ont été abandonnés car l'écoulement résultant est non réaliste. Pour les 9 autres cas, les résultats ont montré que l'allongement du canal ne modifie pas de manière significative le nombre de Nusselt et le débit, calculé à la sortie du canal à  $Y=A$ . On obtient un écart maximal de 3.18% pour le nombre de Nusselt et un écart négligeable pour le débit. Néanmoins, l'allure de l'écoulement donne une meilleure qualité pour les cas avec allongement surtout en ce qui concerne la possibilité d'un écoulement inversé à la sortie du canal. La condition mixte pour la température est choisie pour sa flexibilité. Ces choix sont traduits dans les équations (6.3), (6.7) et (6.9).

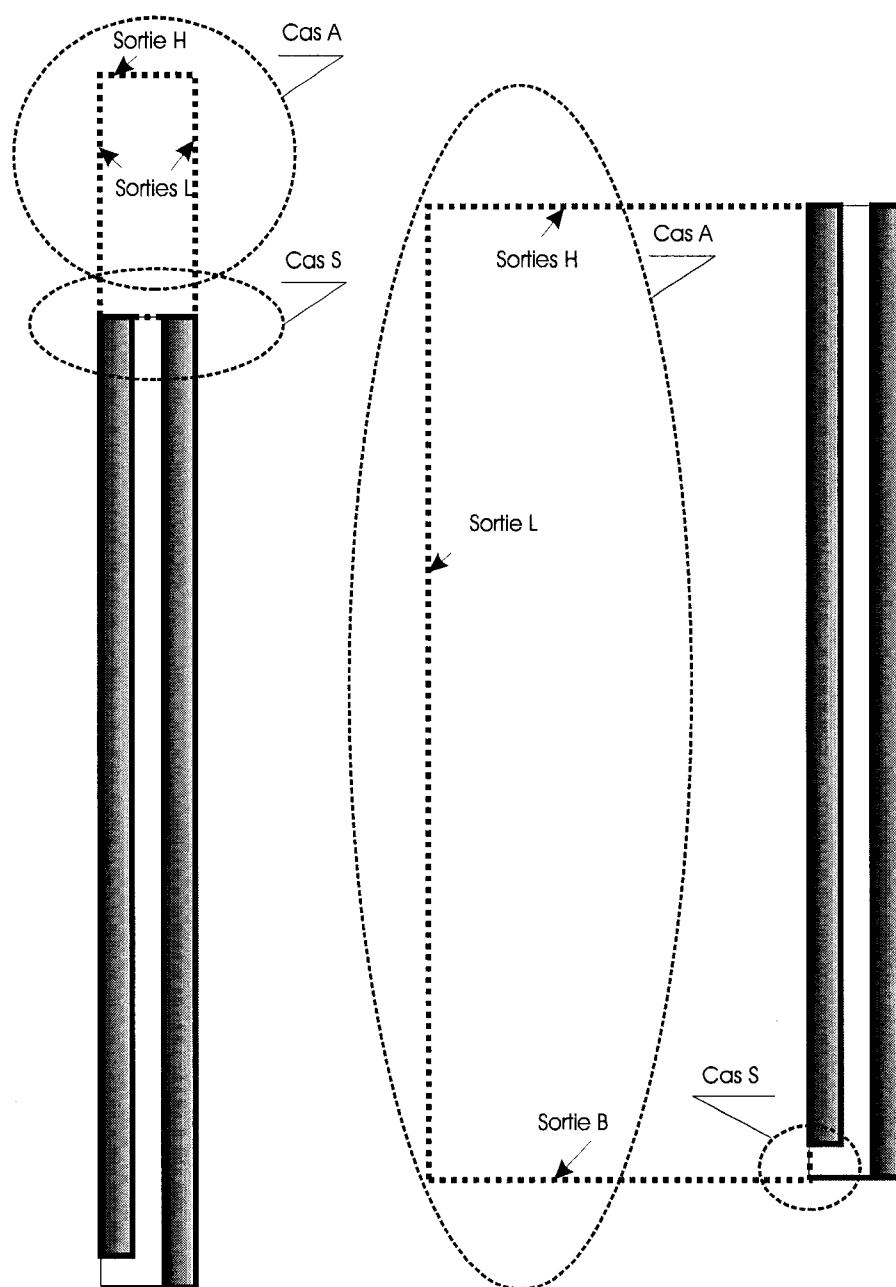


Figure 6.2 – Domaine de travail allongé a) allongement à la sortie; b) allongement à l'entrée.

La même étude a été effectuée à l'entrée du canal comme présenté à la figure 6.2b. On a utilisé un allongement du domaine à l'entrée de  $3L$  avec les conditions aux limites suivantes : sortie L – Mixte, sortie H et B – Dirichlet. Le résultat a montré un écart de 3.05 % pour le nombre de Nusselt par rapport au cas sans allongement. Le débit et l'allure de l'écoulement semblent être modifiés par cet allongement. Le débit diminue de plus de 10%. Néanmoins, vu que le domaine latéral élargit considérablement le domaine total et introduit un écoulement sur la face externe du mur de gauche, il a été décidé de ne pas élargir le domaine à l'entrée du canal.

Les conditions aux frontières sont imposées comme suit :

$$Y=0, \quad 0 \leq X \leq 1-\ell/L: \quad U=V=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} - N_r \zeta = 0 \quad (6.1)$$

$$Y=0, \quad 1-(\ell+\ell')/L \leq X \leq 1: \quad U=V=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (6.2)$$

$$\text{bc}, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial U}{\partial X}, \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 & \text{if } V > 0 \\ \theta = 0 & \text{if } V \leq 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

$$X=0, \quad 0 \leq Y \leq h/L: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \quad \theta = 0 \quad (6.4)$$

$$X=0, \quad h/L \leq Y \leq H/L: \quad U=V=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (6.5)$$

$$X=0, \quad ab: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad \begin{cases} \theta = 0 & \text{if } U > 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 & \text{if } U \leq 0 \end{cases} \quad (6.7)$$



$$X=1, \quad 0 \leq Y \leq H/L: \quad U=V=0, \quad k_r \frac{\partial \theta}{\partial X} = -1 \quad (6.8)$$

$$X=1, \quad cd: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad \begin{cases} \theta = 0 & \text{if } U \leq 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 & \text{if } U > 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

#### 6.4 VALIDATION DU CODE NUMÉRIQUE

La méthode numérique utilisée pour réaliser cette étude est présentée dans le chapitre 3. Une étude de convergence a été effectuée pour définir le maillage adéquat pour les simulations. Le maillage a été varié de 15x90 à 45x260 pour les paramètres du système suivant :  $A=10$ ,  $l/L=0.333$ ,  $h/L=0.333$ ,  $k_r=20$  et  $\varepsilon=1.0$ . On a trouvé que pour un maillage de 30x160, les valeurs du nombre de Nusselt et du débit s'écartaient de moins de 3% par rapport à celle du maillage élevé choisi 45x260 comme présenté dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 – Résultats de l'étude de convergence

	$Nu$	%	$\dot{V}$	%	$\Psi_{ext}$	%	$q_r/q_t$	%
15x90	25.64	-16.35	2042.71	-8.66	2773.17	2.48	0.18	-35.89
24x130	29.94	-2.32	2386.54	6.71	2742.48	1.35	0.22	-20.04
<b>30x160</b>	<b>30.55</b>	<b>-0.35</b>	<b>2176.48</b>	<b>-2.68</b>	<b>2726.77</b>	<b>0.77</b>	<b>0.27</b>	<b>-2.89</b>
36x200	30.64	-0.04	2249.21	0.57	2744.03	1.40	0.28	-0.21
45x260	30.65	0.00	2236.40	0.00	2706.03	0.00	0.28	0.00

Pour valider la fiabilité du code pour le traitement de problèmes de cavité ouverte allongée, on a reproduit le travail expérimental de Krichnan et al. [37] et comparé les résultats de simulation avec ceux obtenus expérimentalement. Les résultats présentés dans le tableau 6.2 montrent des écarts négligeables, donc satisfaisants.

Tableau 6.2 – Comparaison des résultats du code numérique et ceux de l'étude expérimentale de Krichnan et al. [37]

	Cette étude	[37]
$\ell'$ en mm	$q_r/q_t$	$q_r/q_t$
12.6	0.283	0.309
17.5	0.333	0.347
25.5	0.392	0.392
37.0	0.439	0.436
46.0	0.464	0.474
52.2	0.477	0.481

## 6.5 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Pour cette étude, certains paramètres du système sont tenus constants. Le fluide caloporteur étant de l'air,  $Pr = 0.7$ . Pour les calculs de radiation, les paramètres nécessaires sont :

- la largeur caractéristique du canal  $L=0.3$  m

- la température de l'environnement  $T_{\infty} = 300 \text{ K}$

On a varié le nombre de  $Ra = g \beta q'' L^4 / k_f \alpha \nu$  de  $5 \times 10^8$  à  $10^{11}$ , ce qui correspond à des flux de chaleur de 1 à  $3000 \text{ W/m}^2$ . Cette valeur semble excessive pour un problème de rayonnement solaire, mais cela permet d'étudier une limite extrême de flux de chaleur et aussi de pouvoir extrapoler les résultats pour des cas de parois chauffées par une autre source de chaleur que les rayons solaires comme par exemple une application avec les pièces électroniques. De ce fait, le nombre de radiation varie entre 0.133 et 44.306 et décroît avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Une variation de paramètres géométriques a été effectuée. Les facteurs de forme considérés sont de  $A=6, 10, 15$ , l'épaisseur adimensionnelle des murs est de  $\mathcal{L}/L = 0.25, 0.33, 0.4$ , ce qui correspond respectivement à une épaisseur du conduit d'air de  $\mathcal{L}/L = 0.2, 0.333, 0.5$ . On a aussi varié la conductivité relative du mur  $k_r=5, 20, 50$  ce qui correspond à des matériaux tels que le bois, la brique ou le béton. Pour étudier l'influence du transfert par rayonnement, l'émissivité des parois est variée :  $\varepsilon=0.0, 0.1, 0.4, 0.7, 1.0$ .

Les résultats sont présentés sous forme de nombre de Nusselt par convection, le nombre de Nusselt pour le transfert de chaleur et le débit,  $\dot{V}$  pour l'écoulement du fluide, calculés à la sortie du canal. En complémentaire, on va présenter le flux par rayonnement adimensionnel sur la face interne du mur chauffé. Ce dernier paramètre montre de façon plus efficace, l'influence de l'échange par rayonnement sur le transfert de chaleur global.

Les résultats seront présentés premièrement pour le système de base avec la configuration suivante  $A=10, \mathcal{L}/L=0.333, k_r=20$ . La figure 6.3 montre que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh. Le nombre de Nusselt, représentant le transfert de chaleur par convection dans le canal, varie en fonction du

flux de chaleur par convection qui est croissant avec le nombre de Rayleigh. Plus l'air dans le canal est chauffé, plus on a de la circulation d'air dans le canal et plus on a de transfert de chaleur par convection.

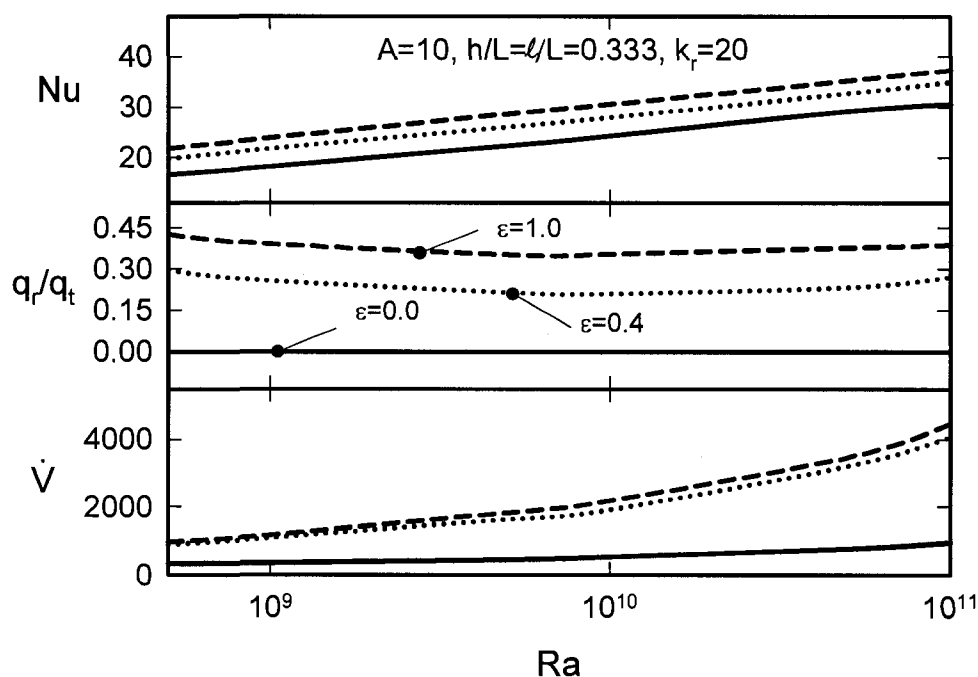


Figure 6.3 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$

Analytiquement, le nombre de Nusselt est proportionnel au débit d'air adimensionnel multiplié par la température adimensionnelle. Bien que la température soit décroissante avec le nombre de Rayleigh, à cause de la définition de la température adimensionnelle où  $q''$  apparaît au dénominateur, le débit d'air dans le canal est fortement croissant avec le nombre de Rayleigh. Il va d'une augmentation de 2.9 fois pour  $\epsilon=0$  à une augmentation de 4.7 fois à  $\epsilon=1$ , pour  $Ra$  passant de  $5 \cdot 10^8$  à  $10^{11}$ .

De même, on peut constater que le nombre de Nusselt est aussi une fonction croissante de  $\epsilon$ . On observe cette tendance dans la figure 6.4. Ceci montre que la

négligence de l'effet du transfert par rayonnement sous-évalue le transfert par convection du canal.

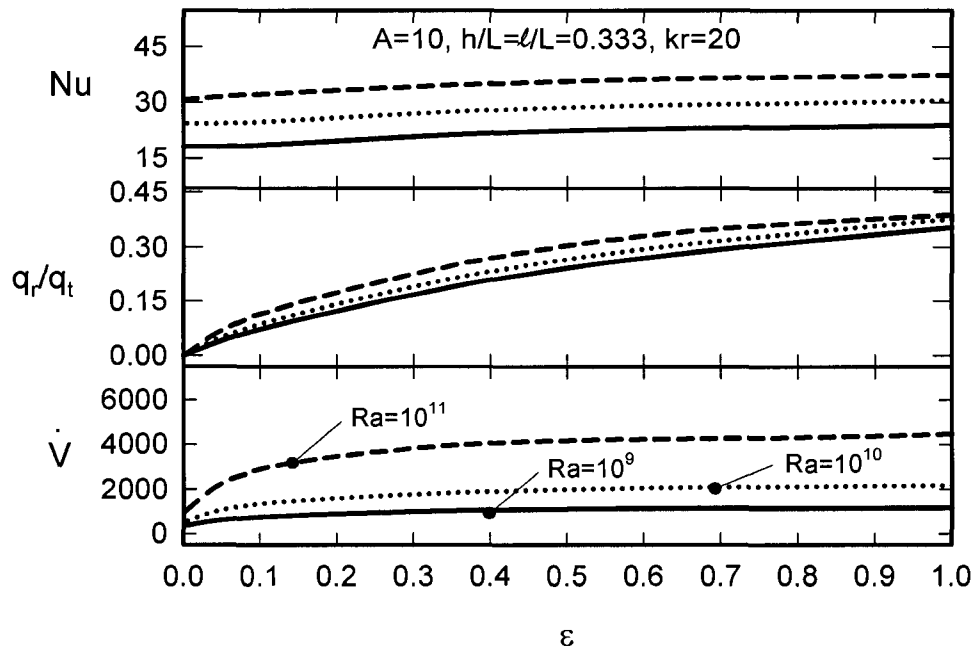


Figure 6.4 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$

Cette même remarque est valable pour le débit dans le canal. Cependant, l'effet des échanges par rayonnements sur le débit atteint un plafond à  $\varepsilon \approx 0.5$ . Le flux de chaleur par rayonnement sur la face interne du mur chauffé  $q_r/q_t$  est très peu sensible de la variation du nombre de Rayleigh comme on peut le voir à la figure 6.3. On sait que le flux de chaleur par rayonnement sera proportionnel à la différence de température  $\Delta T$  entre les deux faces internes des murs. Pour  $Ra=10^9$ , on obtient  $\Delta T=2.59K$  et à  $Ra=5.10^{10}$ ,  $\Delta T=54.14K$ . Les valeurs correspondantes de flux par rayonnement sont respectivement  $13.841$  et  $655.199W/m^2$ . Le calcul de  $q_t$  pour ces deux valeurs de  $Ra$

Les formulations mathématiques, modélisant le système, sont présentées dans le chapitre 2. Le modèle est constitué par les équations (2.21), (2.22), (2.23), (2.24), (2.26) pour la convection, la conduction et la radiation avec l'équation (2.32) pour le couplage des trois modes de transfert de chaleur.

### 6.3 CONDITIONS AUX FRONTIÈRES

On a effectué une étude complémentaire afin de déterminer la pertinence d'introduire un domaine de calcul allongé aux ouvertures du canal. La figure 6.2 montre les configurations étudiées. À la sortie du canal, un allongement du domaine de calcul a été étudié. La lettre S représente le cas sans allongement et la lettre A celui d'un allongement de  $0.3H$ . En plus, on a étudié trois cas de conditions aux limites pour la température : Dirichlet, Neumann, et Mixte pour les sorties H et L comme présenté à la figure 6.2a. On a ainsi formé 12 configurations à simuler avec lesquels, on a déterminé la variation sur le nombre de Nusselt, du débit de l'air dans le canal et l'allure générale de l'écoulement et du transfert de chaleur. Tous les calculs ont été effectués avec les paramètres suivants du système :  $A=10$ ,  $U/L=0.333$ ,  $h/L=0.333$ ,  $k_r=20$  et  $\varepsilon=1.0$ .

Trois cas, le cas de condition de Dirichlet dans le cas S, les cas de condition de Neumann aux sorties H et L, dans le cas A, ont été abandonnés car l'écoulement résultant est non réaliste. Pour les 9 autres cas, les résultats ont montré que l'allongement du canal ne modifie pas de manière significative le nombre de Nusselt et le débit, calculé à la sortie du canal à  $Y=A$ . On obtient un écart maximal de 3.18% pour le nombre de Nusselt et un écart négligeable pour le débit. Néanmoins, l'allure de l'écoulement donne une meilleure qualité pour les cas avec allongement surtout en ce qui concerne la possibilité d'un écoulement inversé à la sortie du canal. La condition mixte pour la température est choisie pour sa flexibilité. Ces choix sont traduits dans les équations (6.3), (6.7) et (6.9).

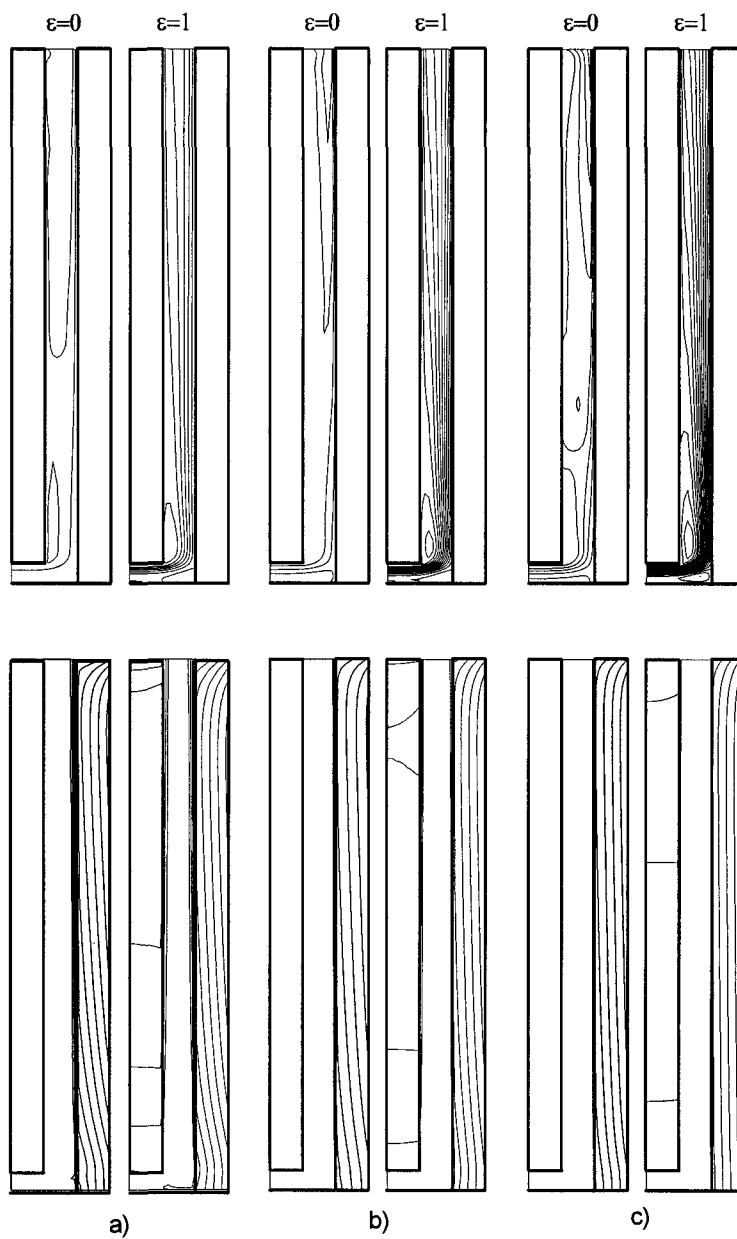


Figure 6.5 – Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$  et pour a)  $Ra=10^9$ , b)  $Ra=10^{10}$ , c)  $Ra=10^{11}$ .

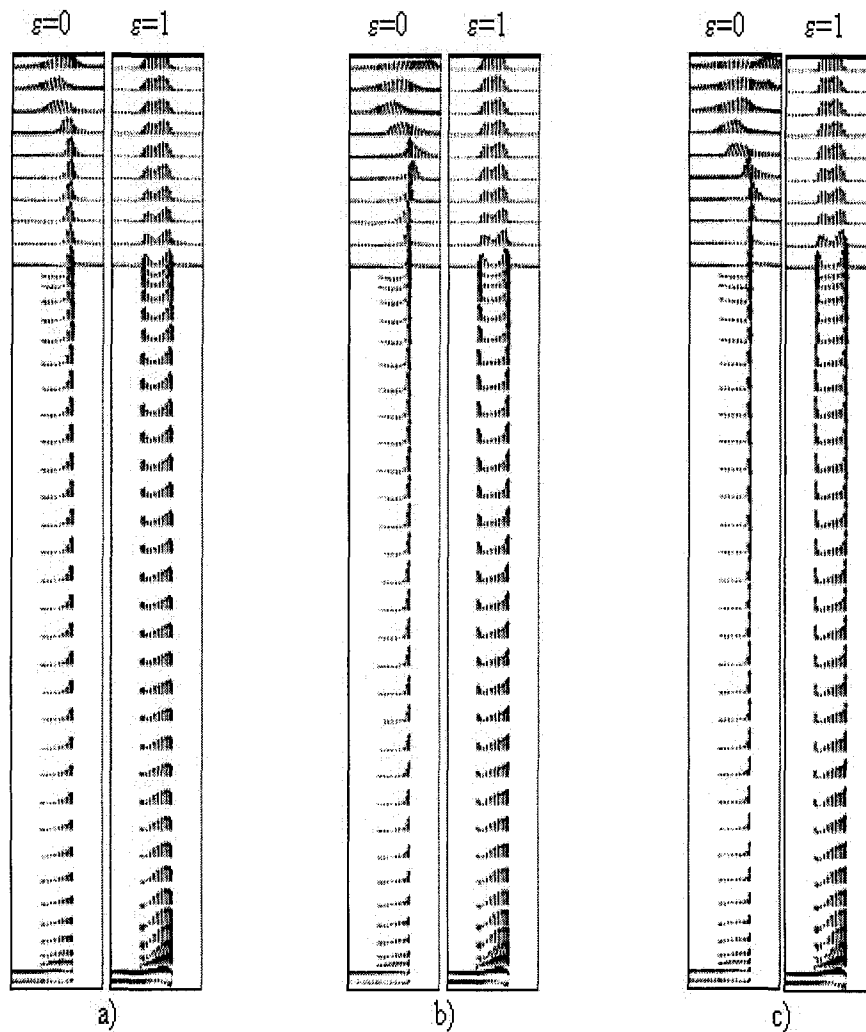


Figure 6.6 – Vecteurs—vitesses pour  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$  et pour a)  $Ra=10^9$ ,  
b)  $Ra=10^{10}$ , c)  $Ra=10^{11}$

L'influence de l'émissivité  $\varepsilon$  est sensible non seulement sur la force mais aussi sur l'allure de l'écoulement. Pour  $\varepsilon=0$ , on observe un écoulement inversé à la sortie du canal. Cet écoulement n'existe pas à  $\varepsilon=1$ . On a vu précédemment dans la figure 6.3 que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh. On remarque que plus le nombre de Rayleigh est élevé, plus les lignes de courant sont nombreuses.



Ceci traduit une convection plus forte et donc une augmentation de  $Nu$ . On obtient aussi une explication de l'augmentation du nombre de Nusselt et du débit en fonction de l'émissivité. Le transfert de chaleur par rayonnement va créer un autre moteur pour la circulation d'air sur la paroi gauche du canal et le débit de l'air va donc augmenter.

L'augmentation du nombre de Rayleigh tend à rendre les isothermes, dans le mur chauffé, parallèles et verticaux. Ceci indique que la température à la surface externe du mur s'uniformise. On peut assimiler ce résultat à l'effet d'uniformisation défini dans le chapitre 4. Néanmoins, la position de la température maximale reste quasi constante,  $\theta_{max}=0.041$  ( $X=1.0$  et  $Y=8.08$ ) pour  $Ra=10^9$ ,  $\theta_{max}=0.03$  ( $X=1.0$  et  $Y=0.833$ ) pour  $Ra=10^{10}$  et  $\theta_{max}=0.026$  ( $X=1.0$  et  $Y=8.8$ ) pour  $Ra=10^{11}$ .  $\theta_{max}$  diminue sensiblement entre  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$ , de 24 et 18 %, pour  $Ra$  respectivement égale à  $10^9$  et  $10^{10}$ . Sans émissivité, le mur de gauche est toujours froid. L'apport du transfert par rayonnement est ainsi observable par l'apparition d'une stratification de la température dans le mur à  $\varepsilon=1$ . Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, les écarts de température dans les deux murs ont tendance à s'estomper, ce qui est dû aux pertes par rayonnement et à l'augmentation de la convection.

L'influence de la conductivité relative  $k_r$  va être présentée dans ce paragraphe. Les figures 6.7 et 6.8 montrent les variations du nombre de Nusselt, du flux par rayonnement adimensionnel et du débit en fonction de  $Ra$ ,  $\varepsilon$  et  $k_r$ . Comme on l'a montré précédemment, le nombre de Nusselt est croissant en fonction du nombre de Rayleigh. Cette observation se confirme quelque soit la valeur de  $k_r$  et  $\varepsilon$ . On observe également que le nombre de Nusselt est aussi une fonction croissante de la conductivité. Le nombre de Nusselt augmente de 2.75 fois quand  $k_r$  passe de 5 à 50. Cet état de fait est le résultat de la diminution de la valeur moyenne de la température  $\theta_{X=1}$  en fonction de  $k_r$ . En effet, selon l'équation (2.36), la température à  $X=1$ ,  $\theta_{X=1}$  apparaît au dénominateur dans le calcul du nombre de Nusselt. Avec l'augmentation de  $k_r$ , on observe une diminution de la valeur de  $\theta_{X=1}$ .

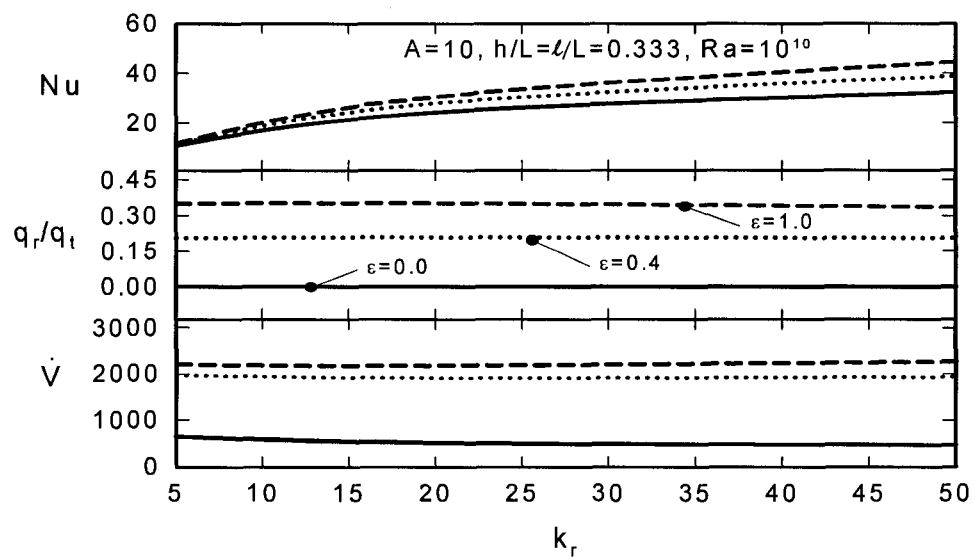


Figure 6.7 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $k_r$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$  et  $Ra=10^{10}$

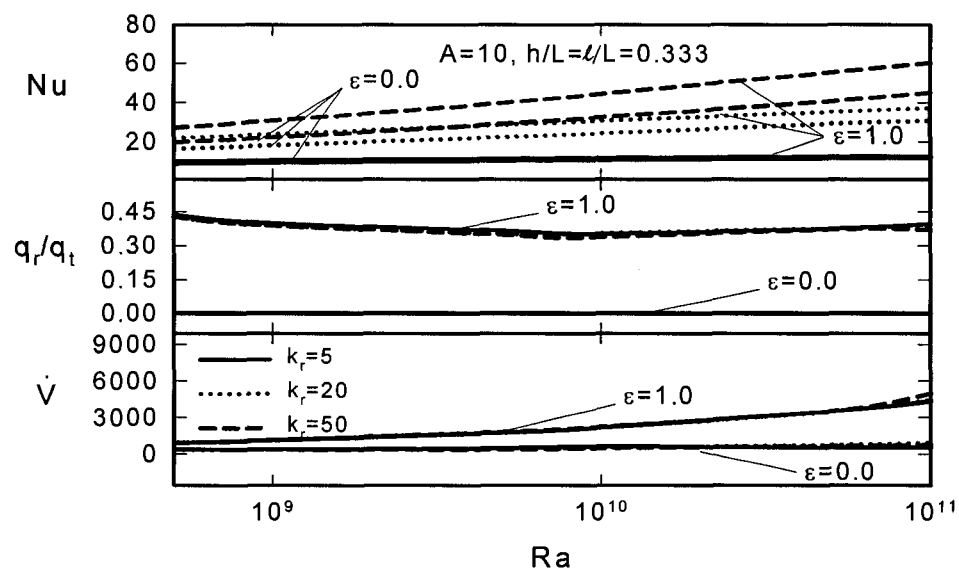


Figure 6.8 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$  et  $k_r$

Par exemple, pour  $Ra=10^{10}$ ,  $\theta_{x=1}$  est égale à 0.784, 0.302, 0.203 respectivement pour  $k_r=5, 20, 50$ . Parallèlement, le numérateur dans l'équation (2.36), qui est proportionnel au flux de chaleur par convection, reste quasiment constant à 9.02. L'insensibilité de  $q_r/q_t$  par rapport à  $k_r$  montre bien la non variance du transfert par convection. Cette insensibilité est due au fait que la différence de température entre les deux plaques du canal varie peu avec  $\Delta T$ . En effet, pour  $Ra=10^{10}$ ,  $\Delta T$  est de 21.57, 19.88 et 19.69 K respectivement pour  $k_r=5, 20$  et 50. La variation de  $k_r$  change surtout la température sur la face externe chauffée du mur à  $\theta_{x=1}$ . L'émissivité a un effet considérable sur le débit. Pour  $\Delta T=0$ , on remarque sur les figures 6.7 et 6.8 que le débit de l'air est faible et varie peu avec  $Ra$  et  $k_r$ . Au contraire, à  $\varepsilon=1$ , le débit devient dépendant du nombre de Rayleigh et l'ordre de croissance est semblable à celle présentée dans la figure 6.3.

La figure 6.9 présente l'influence du facteur de forme  $A=H/L$  sur  $Nu$ ,  $\dot{V}$  et  $q_r/q_t$ . Le nombre de Nusselt est pratiquement insensible au facteur de forme, à  $\varepsilon=1$  pour  $Ra=10^{10}$ . Ceci montre que l'importance du transfert par convection, par rapport au transfert par conduction, ne varie pas. On pourrait en conclure que le flux par convection reste constant. Mais cela serait contradictoire avec le flux par rayonnement dans la figure 6.9 où l'on observe une diminution de  $q_r/q_t$  avec l'allongement du canal. En fait, le flux de chaleur par convection est croissant en fonction du facteur de forme. Il double lorsque  $A$  passe de 6 à 15, pour  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^{10}$ . On peut voir que  $q_r/q_t$  diminue de moitié. Parallèlement, la température à la surface chauffée  $X=1$ , double, elle aussi, dans les mêmes conditions. Ainsi, le nombre de Nusselt demeure pratiquement insensible à la variation du facteur de forme. Mais cette remarque n'est pas valable pour  $\varepsilon=0$  où il n'y a pas de flux par rayonnement. Le nombre de Nusselt diminue légèrement avec le facteur de forme. Ceci est dû au fait que même si le flux de chaleur par convection double pour  $A$  allant de 6 à 15, la variation de la température à  $X=1$  est supérieure à un facteur de 2.

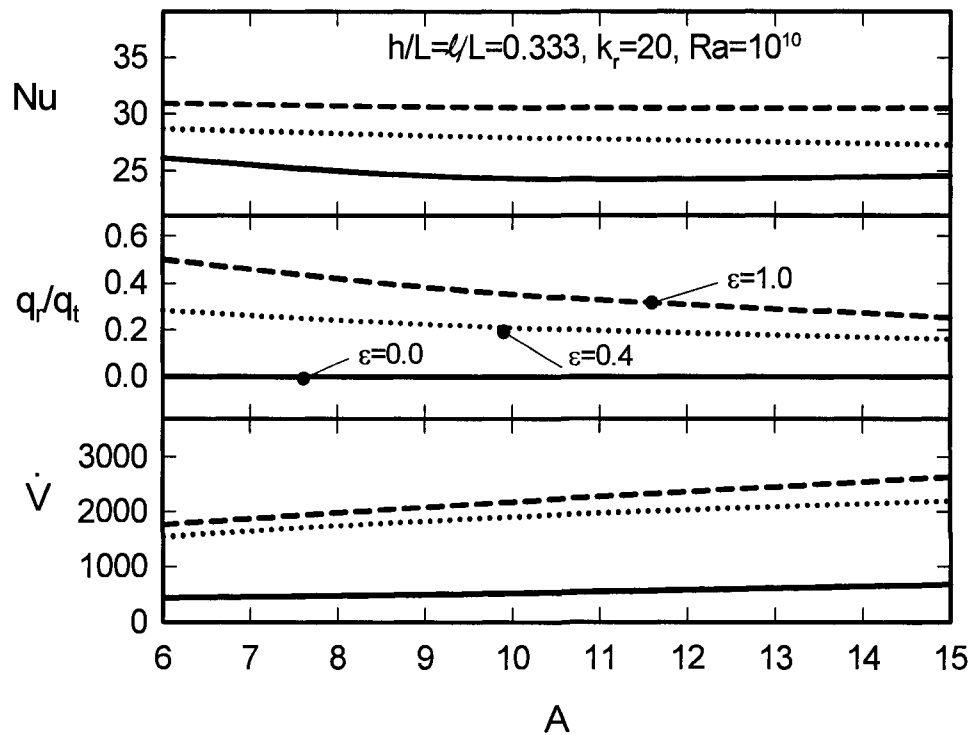


Figure 6.9 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $A$  pour différentes valeurs de  $\epsilon$  et  $Ra=10^{10}$

L'allongement du canal a une grande influence sur le débit d'air dans le canal. Il augmente d'environ 50 % avec  $A$  passant de 6 à 15 pour  $Ra=10^{10}$  et pour toutes les valeurs de  $\epsilon$ . Ceci explique la diminution de la température à  $X=1$  et donc la relative insensibilité du nombre de Nusselt au facteur de forme.

La variable étudiée ci-dessous sera l'épaisseur adimensionnelle du mur. Son influence, sur le transfert de chaleur et l'écoulement, est présentée dans la figure 6.10. Pour plus de clarté, deux abscisses sont introduites dans les figures présentant le mur adimensionnel,  $l/L$  et la largeur adimensionnelle du conduit,  $l'/L$ . Une faible épaisseur du mur favorise l'écoulement du fluide, car le canal est plus large. Cet effet est plus marqué si la valeur de  $\epsilon$  est élevée. Le débit est décroissant en fonction de l'épaisseur du mur pour  $\epsilon>0.1$  et croissant légèrement pour  $\epsilon<0.1$ . Lorsque l'émissivité est nulle, toute la

circulation est initiée par la face droite du canal. L'augmentation de la largeur du canal facilite l'écoulement inverse à la sortie du canal, et le débit réel de l'air dans le canal diminue. Pour  $\varepsilon > 0.1$ , les échanges par rayonnement sont assez importants pour éliminer l'écoulement inverse par la source de mouvement qui apparaît sur la face interne du mur de gauche.

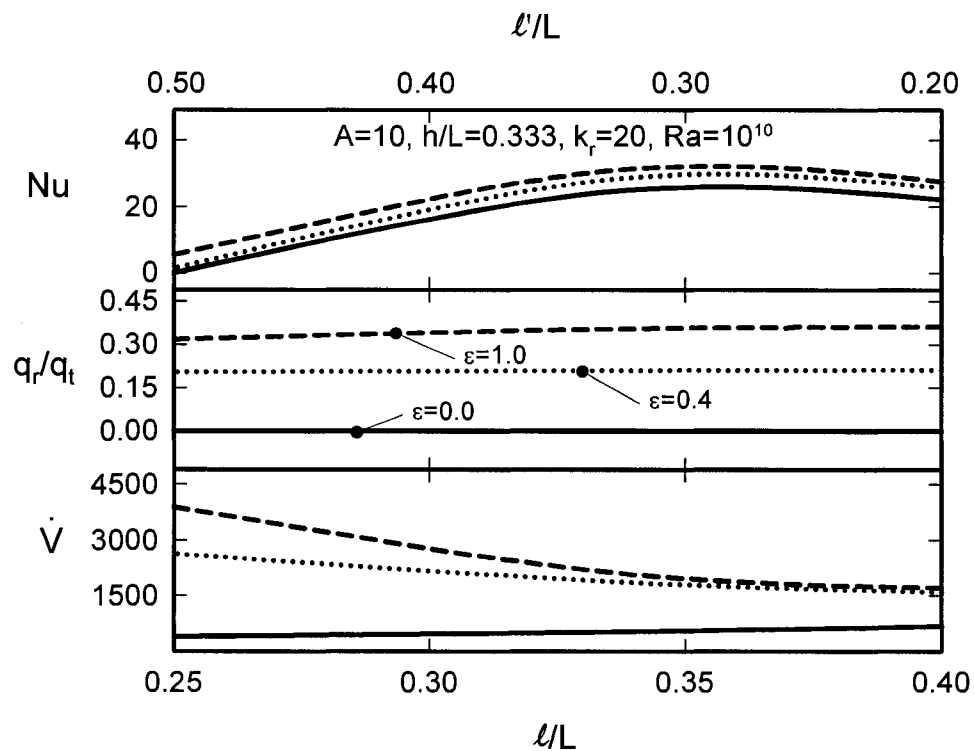


Figure 6.10 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $l/L$  et  $l'/L$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  et  $Ra=10^{10}$

Ainsi le débit augmente avec l'élargissement du canal. Le flux de chaleur adimensionnel par rayonnement diminue légèrement avec  $l/L$ . Ceci induit que le flux par convection va légèrement augmenter. Mais on observe une variation sensible de  $Nu$ .

Ceci est dû à une importante variation de la température à  $X=1$ . Ceci induit que l'importance relative du transfert par convection est modifiée en fonction de  $\ell/L$ . On observe un optimum pour la valeur du nombre de Nusselt à  $\ell/L = 0.35$  ou  $\ell'/L = 0.3$ , ce qui induit que dans le cas où la chaleur à la sortie du canal pourrait être une énergie utile, l'épaisseur optimale n'est pas l'épaisseur maximale.

L'effet de la hauteur de canal  $h/L$  est présenté dans le paragraphe suivant. La figure 6.11 montre son influence sur  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$ .

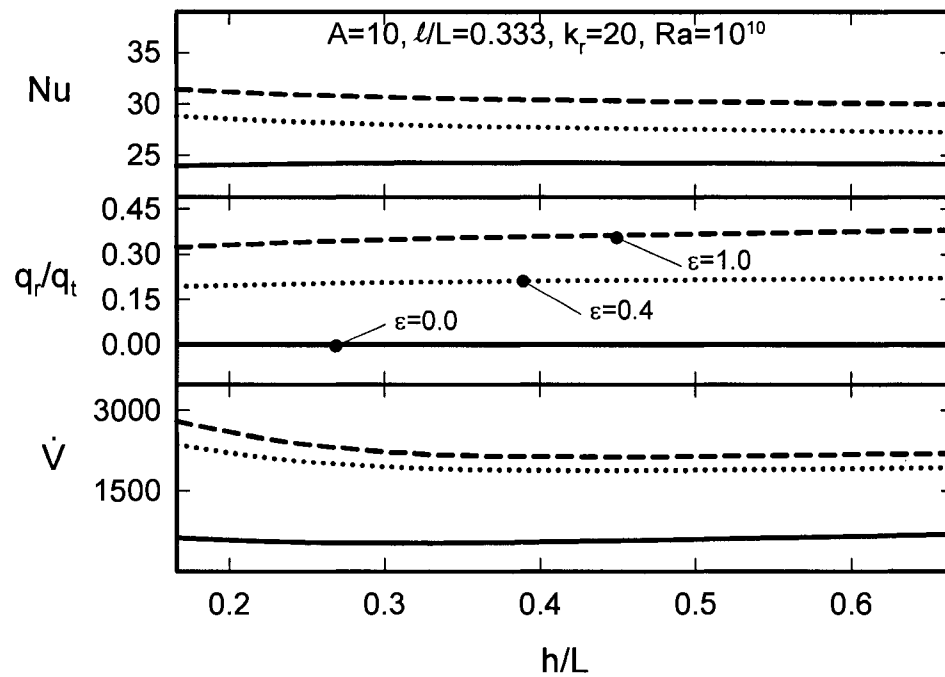


Figure 6.11 –  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  en fonction de  $h/L$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  et  $Ra=10^{10}$

On peut remarquer que les variables  $Nu$ ,  $q_r/q_t$  et  $\dot{V}$  sont très peu sensibles à la variation de  $h/L$  pour  $h/L > \ell/L$ . Dans ce cas, on observe un écoulement inverse à l'entrée. Une partie du canal d'entrée ne joue pas un rôle dans l'écoulement de l'air dans le canal. Mais pour  $h/L < \ell/L$ , le canal d'entrée est plus petit que le conduit ascendant d'air. Dans ce cas, on observe une nette modification du débit et une légère variation de  $Nu$  et  $q_r/q_t$ . Étant donné qu'il n'y a pas d'écoulement inverse à l'entrée, tout l'air aspiré passe par la sortie du canal. Lorsqu'on augmente  $h/L$ , un tourbillon se crée à l'angle inférieur du canal, entre le mur de droite et la base du canal. L'air qui entre dans le conduit d'entrée est redirigé vers l'extérieur en écoulement inverse, bloqué par le tourbillon. Ainsi le débit est réduit jusqu'à  $h/L \sim \ell/L$ . Le résultat de la perte de débit est la diminution de la convection et conséquemment l'augmentation du flux par rayonnement.

## 6.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a étudié l'influence du transfert par rayonnement, de certains paramètres sur le transfert de chaleur ainsi que de l'écoulement dans un canal composé de deux murs, dont celui de droite est chauffée avec un flux de chaleur et celui de gauche est ouvert sur l'extérieur. Les variables de l'étude paramétrique sont : le facteur de forme  $A=H/L$ , variant entre 6 et 15, la conductivité relative du mur  $k_r$  entre 5 et 50, l'épaisseur adimensionnelle des murs  $\ell/L$  entre 0.2 et 0.4, la largeur du canal d'entrée  $h/L$  entre 0.166 et 0.666.

Pour toutes les variations des paramètres géométriques, on a observé que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh. Le débit est aussi croissant en fonction du nombre de Rayleigh. Une influence importante de l'émissivité a été observée sur le nombre de Nusselt et le débit, et dans certains cas, la négligence du

transfert par rayonnement change le transfert de chaleur ainsi que le débit par convection du simple au double. La conductivité thermique du mur n'influence pas la différence de température dans le canal, mais plutôt la température de la face externe chauffée. Ainsi, elle ne varie pas sensiblement le transfert de chaleur par convection ni le débit à la sortie du canal. L'allongement du canal a un effet remarquable surtout pour les valeurs  $\varepsilon=1$ . Le débit et le flux de chaleur par convection augmentent avec  $A$ , mais l'importance relative de la convection par rapport à la conduction reste stagnante parce que la température sur la surface chauffée à  $X=1$  augmente dans la même proportion.

L'épaisseur des murs influence fortement le débit dans le canal, et ainsi, le transfert de chaleur par convection. Plus le canal est grand, plus il y a de débit. Mais la température sur la face chauffée à  $X=1$  diminue ainsi que le nombre de Nusselt. Néanmoins, il existe une valeur optimale de largeur de canal qui maximise le transfert de chaleur par convection. Le débit d'air dans le conduit d'air ascendant et le nombre de Nusselt augmentent avec la largeur du canal d'entrée si celle-ci est inférieure à la largeur du conduit. Sinon un courant inverse se crée, ce qui diminue le débit total. Pour  $h/L > \mathcal{U}/L$ , le débit et le nombre de Nusselt deviennent invariables par rapport à  $h/L$ .



## VII. ÉTUDE DE TRANSFERT THERMIQUE CONJUGUÉ DANS UN SYSTÈME PASSIF AVEC MASSE THERMIQUE.

### 7.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, le cas d'un système thermique passif avec masse thermique, plus communément appelé mur Trombe est étudié. Ce type de système a été largement étudié dans la littérature, [26,104,119]. Il est applicable dans plusieurs domaines technologiques tels que le refroidissement des pièces électroniques, la ventilation et le chauffage des bâtiments, etc. Dans le domaine de la construction, ce système est un composant comme une fenêtre et est utilisé pour diminuer la consommation énergétique des bâtiments. Les rayons solaires sont absorbés sur la face interne du mur à travers un vitrage. Le mur est muni de deux orifices pour la circulation de l'air entre la chambre et le canal. Une circulation d'air est créée par convection naturelle permettant ainsi de sauver de l'énergie pour la ventilation ou de récupérer l'énergie solaire pour le chauffage. Dans les autres cas, comme des applications électroniques, la surface du composant massif du système qui contient les pièces électroniques, dissipe l'énergie thermique. Le problème du transfert de chaleur par convection naturelle et par conduction dans un mur massif a déjà été étudié par la méthode numérique dans la littérature [117]. Mais aucune étude répertoriée dans la littérature ne traite complètement le problème en tenant compte des trois modes de transfert de chaleur. L'étude proposée dans ce chapitre va s'atteler à cette tâche. En complément, on va étudier l'effet d'isolation sur la performance thermique du système et l'écoulement de l'air dans le canal.

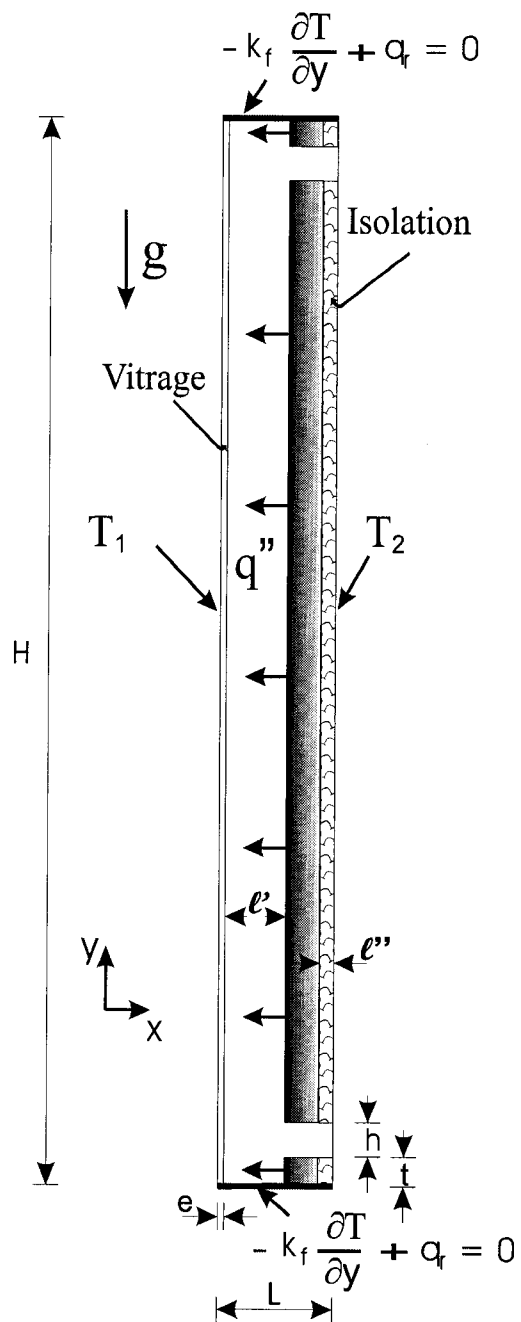


Figure 7.1 – Schéma descriptif du système avec le système de coordonnées

## 7.2 DESCRIPTION DU SYSTÈME

Le système passif, avec mur massif, est une construction applicable dans de multiples domaines. Dans cette étude, le domaine spécifique de l'utilisation de l'énergie solaire a été choisi, étant donné l'intérêt qui lui est porté dans ce projet de thèse. Le système est composé d'un canal formé par une paroi vitrée et un mur avec deux orifices situés à ses extrémités. Les faces supérieures et inférieures de la cavité sont fermées et isolées. La figure 7.1 montre une description du système avec les coordonnées et les conditions aux limites de température. La paroi vitrée est composée d'un double vitrage. Les dimensions de base du système sont choisies en fonction de la taille normale d'un bâtiment à un étage. La hauteur a une valeur entre  $H=1.75$  et  $H=3.25$  m pour une largeur  $L=0.25$  m. La dimension perpendiculaire à la surface de la figure est usuellement de 1 à 2 m, ce qui justifie l'étude en deux dimensions. En tenant compte des propriétés du verre et de l'air, et d'une épaisseur de vitre de 5 mm avec un espacement de 5 mm entre les vitres, on a pu déterminer la valeur équivalente de la conduction adimensionnelle relative de la paroi comme  $k_r=3$ . L'épaisseur totale de la paroi vitrée, calculée sous forme adimensionnelle, est fixée à 0.06. La température de référence  $T_\infty$  est fixée à 300K.

## 7.3 CONDITIONS AUX LIMITES

En mettant l'hypothèse que, la chambre agit comme un réservoir, on peut supposer que la température sur cette face va être constante de valeur  $T_2=T_\infty$ . Alors, on va négliger la convection et la radiation sur la face du mur qui forme la chambre. Sous la forme adimensionnelle, on a les conditions aux limites suivantes :

$$Y=0, A \quad \begin{cases} 0 \leq X \leq \frac{e}{L} \\ \frac{e+\ell}{L} \leq X \leq 1 \end{cases} \quad U=V=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (7.1)$$

$$Y=0, A \quad \frac{e}{L} < X < \frac{e+\ell}{L}: \quad U=V=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} - N_r \zeta = 0 \quad (7.2)$$

$$X=0, \quad 0 \leq Y \leq A: \quad U=V=0 \quad \theta = \theta_1, \quad (7.3)$$

$$X=1, \quad 0 \leq Y \leq \frac{t}{L}: \quad U=V=0, \quad \theta = \theta_2 \quad (7.4)$$

$$X=1, \quad \frac{t}{L} < Y < \frac{h+t}{L}: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \quad \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 & \text{si } U \leq 0 \\ \theta = \theta_2 & \text{si } U > 0 \end{cases} \quad (7.5)$$

$$X=1, \quad \frac{h+t}{L} \leq Y \leq \frac{L-(h+t)}{L}: \quad U=V=0, \quad \theta = \theta_2 \quad (7.6)$$

$$X=1, \quad \frac{L-(h+t)}{L} < Y < \frac{L-t}{L}: \quad \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial V}{\partial Y}, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \quad \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 & \text{si } U > 0 \\ \theta = \theta_2 & \text{si } U \leq 0 \end{cases} \quad (7.7)$$

$$X=1, \quad \frac{L-h}{L} \leq Y \leq 1: \quad U=V=0, \quad \theta = \theta_2 \quad (7.8)$$

#### 7.4 VALIDATION DU CODE NUMÉRIQUE

La géométrie étudiée est semblable à celle étudiée précédemment. La différence fondamentale tient en l'allongement sous forme de canal. Afin de vérifier la performance du code pour ce type de géométrie, une étude comparative a été menée

avec le travail de Aung et al. [48]. La comparaison, entre les résultats obtenus par le code élaboré pour le présent projet et de ceux de cette étude, est présentée dans la figure 7.2. On remarque une bonne adéquation entre les deux résultats.

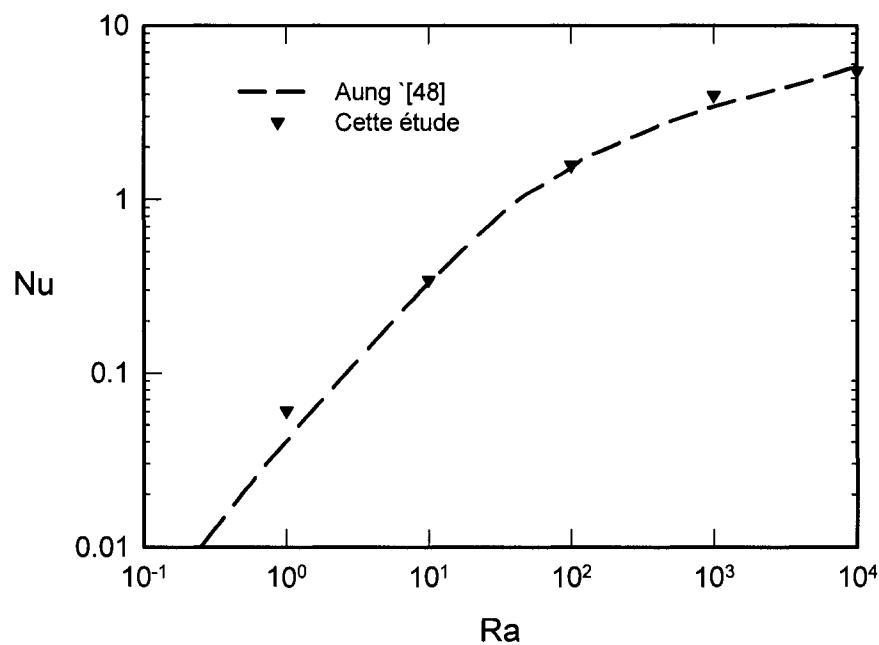


Figure 7.2 – Validation de l'étude de Aung et al. [48]

Ensuite une étude de convergence a été menée pour choisir un maillage adéquat. On a effectué des simulations avec un maillage à 30x90 à 50x170. On peut voir dans le tableau 7.1, que le maillage 40x130 donne un résultat acceptable, car les écarts ne sont plus conséquents pour un maillage plus élevé.

Tableau 7.1 – Résultats de l'étude de convergence

Maillage	$\Psi_{ext}$	%	$\theta_{max}$	%	$q_r/q_t$	%	$\dot{V}$	%
30x90	-876.305	60.814	0.187	2.199	0.443	-0.983	654.008	81.278
35x110	-589.589	8.197	0.191	0.048	0.445	-0.447	386.462	7.120
<b>40x130</b>	<b>-554.040</b>	<b>1.674</b>	<b>0.190</b>	<b>0.782</b>	<b>0.444</b>	<b>-0.782</b>	<b>371.433</b>	<b>2.954</b>
45x150	-544.117	0.147	0.191	0.154	0.447	-0.156	368.669	2.188
50x170	-544.919		0.191		0.447	0.000	360.776	

## 7.5 RÉSULTATS ET DISCUSSION

Le fluide caloporteur est l'air,  $Pr=0.7$ . L'étude est surtout axée sur la compréhension de l'effet de l'énergie absorbée par le mur, sur la différence de température entre l'extérieur et l'intérieur de la chambre, sur l'apport des échanges par rayonnement et par convection sur le transfert d'énergie à la chambre. L'effet de l'énergie totale absorbée est étudié par la variation du nombre de Rayleigh  $Ra=1 \times 10^7$ ,  $4 \times 10^7$ ,  $1 \times 10^8$ ,  $5 \times 10^8$ ,  $1 \times 10^9$ . Ceci correspond à un flux variant entre 14.33 et 1433  $W/m^2$ . Ces valeurs sont réalistes pour l'étude des problèmes liés à l'énergie solaire. La valeur de 1433  $W/m^2$  est limite. Elle est ajoutée pour voir la performance du système dans le cas d'autres applications telles que le refroidissement de pièces électroniques. Trois cas de différence de température sont étudiés,  $\Delta T=5, 10, 20$ . Dans ce chapitre, le terme  $\Delta T=T_2-T_1$  va représenter la différence de température entre les deux faces externes de la cavité. L'influence des échanges par rayonnement est étudiée en variant  $\varepsilon=0, 0.05, 0.35, 0.65, 0.95$ . Pour le cas  $\varepsilon=0$ , l'émissivité de la face interne de la paroi vitrée est nulle. Mais pour les autres cas, elle reste constante à  $\varepsilon=0.9$ .

Après avoir traité du cas d'un mur à une couche, on va étudier le système avec un mur isolé à la face 2. Ainsi deux cas sont étudiés : le cas 1 où le mur est composé d'un

seul matériau et le cas 2 où le mur est composé de deux couches dont l'une est un isolant  $k_r=1$ . Une étude paramétrique complémentaire a été effectuée pour déterminer l'influence de la conductivité du mur  $k_r=5, 10, 20$ , et l'allongement du canal  $A=7, 10, 13$ .

On va définir quatre surfaces importantes du système pour simplifier les explications. La surface externe de la paroi vitrée est identifiée comme la face 1, la surface externe du mur comme la face 2, la surface chauffée du mur comme face t et la face interne de la paroi vitrée comme la face v. Le débit d'air dans la cavité est supposé positif lorsqu'il est ascendant. Ce choix est lié au fait que le gain d'énergie dans la chambre n'est possible que dans ce sens.

Comme valeur de sortie du modèle, le nombre de Nusselt ne donne pas d'information pertinente pour atteindre les objectifs fixés par cette étude. On va donc introduire un rendement thermique,  $\eta$ , qui est égal au rapport du flux de chaleur qui passe à travers la frontière droite du système vers la chambre et du flux total d'énergie absorbé sur la face interne du mur  $q_t$ . À cause de la différence de température entre les faces 1 et 2, un flux de chaleur  $q_{12}$  se crée et envoie de l'énergie de la chambre vers l'extérieur. Parallèlement, le flux de chaleur fourni par la face t, chauffée, se divise en deux parties, l'une qui sort par la face 1,  $q'_t$  et l'autre par la face 2,  $q''$ . On obtient les formulations suivantes :

$$q_t = q'_t + q'' \quad (7.9)$$

$$q_1 = q'_t + q_{12} \quad (7.10)$$

$$q_2 = q'' - q_{12} \quad (7.11)$$

Comme présenté à la figure 7.3, le bilan d'énergie donne les expressions suivantes :

$$q_t = q_1 + q_2 \quad (7.12)$$

Le sens positif des flux  $q_1$  et  $q_2$  est comme indiqué sur la figure 7.3.

On peut donc calculer le rendement thermique de transfert et le rapport de flux par les formulations suivantes :

$$\eta = \frac{q_2}{q_t} \quad (7.13)$$

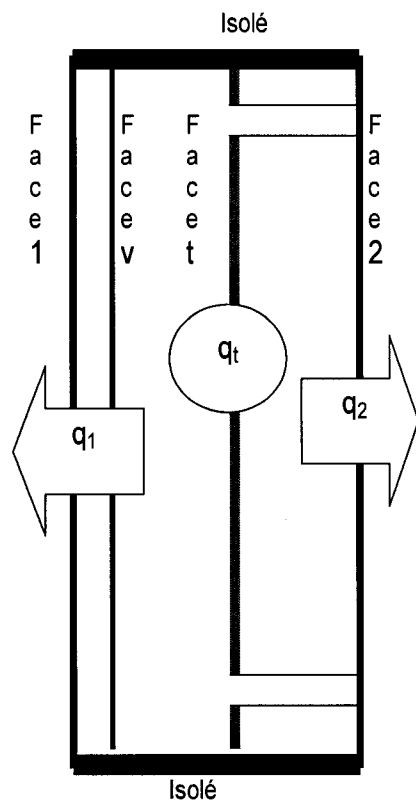


Figure 7.3 – Calcul du rendement de transfert et du rapport de flux



Suite aux paramètres typiques donnés auparavant, les paramètres typiques sans dimension sont : la largeur du canal  $\ell'/L = 0.4$ , l'épaisseur de la paroi vitrée  $e/L = 0.06$ , la hauteur des butes d'ouverture  $t/H = 0.01$ , la hauteur des ouvertures  $h/H = 0.04$ . L'épaisseur de la couche isolante dans le cas 2 est de  $\ell''/L = 0.14$ .

#### Cas 1 : Mur sans isolation

On va en premier lieu étudier le cas de base avec les paramètres constants suivants :  $k_r = 20$  et  $A = 1$ .

Les figures 7.4 et 7.5 montrent la variation de la circulation de l'air dans le système en fonction de l'émissivité et du nombre de Rayleigh. Les vecteurs unitaires sont pris 3 fois plus grands pour  $Ra = 10^7$  par rapport à  $Ra = 10^9$  pour mieux voir le champ de l'écoulement. On peut constater que la circulation de l'air dans le canal est très dépendante de l'émissivité et du nombre de Rayleigh. On observe à la figure 7.4a, qu'en l'absence des échanges radiatifs, les vecteurs—vitesses sont descendants sur la face v. Ainsi, un courant inverse se crée et induit un débit négatif dans le système. Ce débit s'accroît avec l'augmentation de la différence de température car la vitesse du courant inverse augmente alors que celle de la face v diminue. Lorsque la valeur du nombre de Rayleigh augmente, la force du courant ascendant augmente aussi car la température de la face t devient plus grande. La figure 7.4b montre que la vitesse sur la face v diminue sensiblement et le débit d'air à la sortie devient positif. Néanmoins, l'augmentation de  $\Delta T$  accroît la part d'énergie qui va se perdre par conduction à travers la face 1 et augmente la vitesse du courant inverse. Ceci entraîne une circulation tourbillonnaire interne qui se crée dans la cavité et cause un faible écoulement inverse à l'entrée et à la sortie du canal. Le résultat est une diminution du débit d'air à la sortie du canal. Lorsqu'on introduit les échanges par rayonnement, une partie de l'énergie engendrée à la face chauffée est transférée par rayonnement sur la face v.

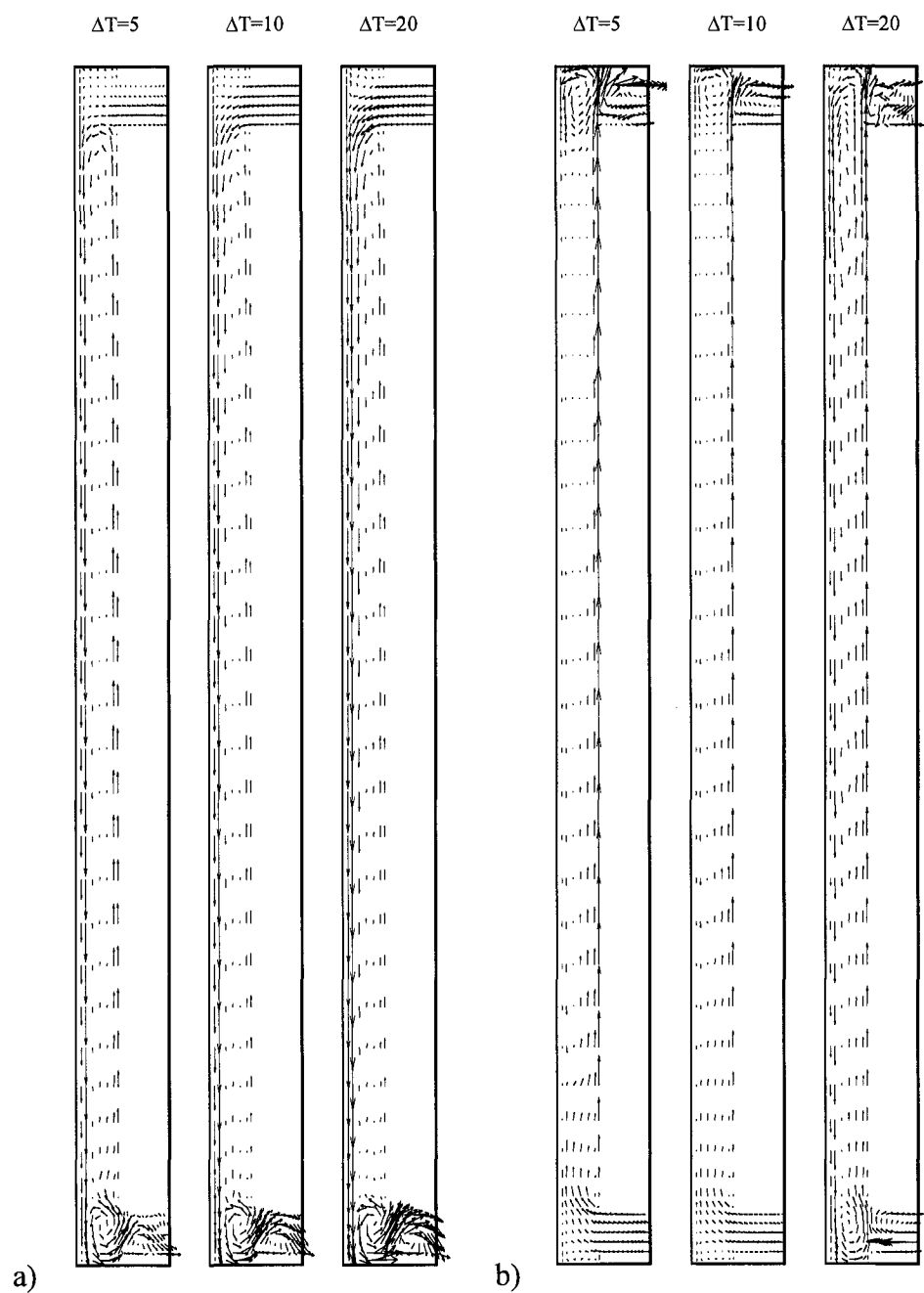


Figure 7.4 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de  $\Delta T$  pour le cas sans isolation : a)  $\varepsilon=0$  et  $Ra=10^7$ , b)  $\varepsilon=0$  et  $Ra=10^9$ .

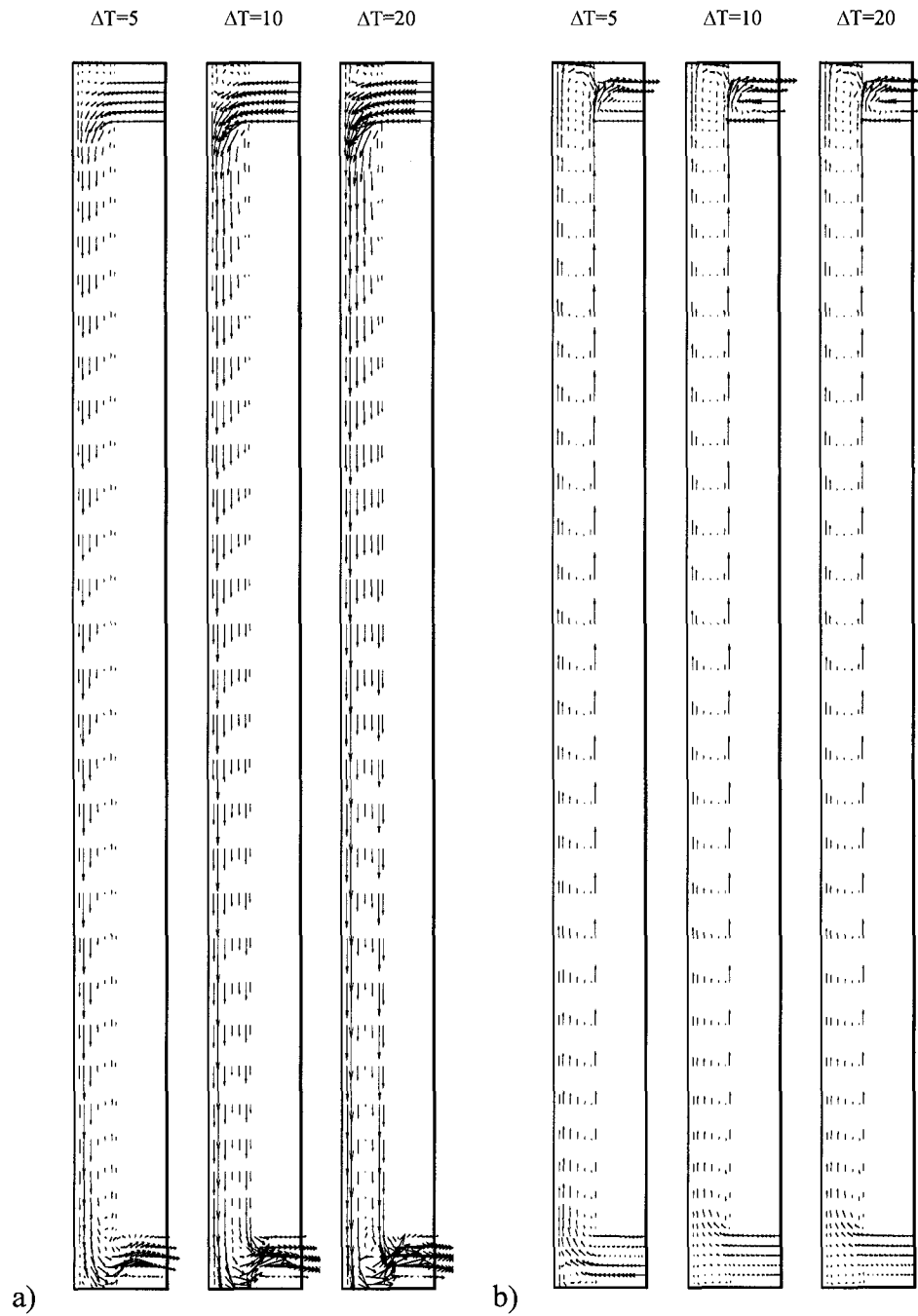


Figure 7.5 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de  $\Delta T$  pour le cas sans isolation : a)  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^7$ , b)  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^9$

Comme on peut le voir à la figure 7.5a, lorsque la valeur du nombre de Rayleigh est faible, le réchauffement de la face v n'est pas assez important et comme une grande partie de l'énergie est transmise par rayonnement de la face t à la face v, quasiment tous les vecteurs—vitesse sont dirigé vers le bas. Le courant est alors beaucoup plus important que dans le cas de  $\varepsilon=0$ . L'augmentation de la différence de température accentue le phénomène. Quand la valeur du nombre de Rayleigh est plus élevée, la figure 7.5b montre que la force du courant ascendant augmente et le courant ascendant prend le dessus par rapport au courant inverse. L'effet de la radiation est d'accroître le courant ascendant en créant une autre force de flottaison sur la face v. En effet, la partie de la chaleur qui est transmise par rayonnement sur la face v est plus importante que dans le cas de  $Ra=10^7$ . L'énergie qui est reçue par la face v par radiation, est assez importante pour que l'air adjacent soit réchauffé et un courant ascendant est créé. Mais avec l'augmentation de la différence de température, une grande partie de cette énergie est perdue sur la face 1. La face v est refroidie et la force du courant diminue. La circulation tourbillonnaire ne s'installe pas et on remarque qu'il n'existe pas de courants inverses à l'entrée du canal. Néanmoins, comme on l'a vu dans une précédente étude [120], en fonction de la force du courant, un courant inverse se crée à la sortie du canal. Ce phénomène est dû à une circulation de Rayleigh – Bénard qui se crée dans le canal de sortie et la force du courant ascendant qui crée une perte de pression à l'entrée de ce canal de sortie.

La circulation de l'air dans le canal, présentée sur les figures 7.4 et 7.5, influence le débit à la sortie du canal. Ce débit est le bilan global de l'air qui passe à travers la sortie du canal et est présenté à la figure 7.6. À des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, le débit est négatif, ce qui correspond à la circulation présentée dans les figures 7.4a et 7.5a. Plus la valeur du nombre de Rayleigh augmente, plus le débit augmente. La différence de température diminue le débit, quelque soit la valeur de l'émissivité ou du nombre de Rayleigh. Le résultat est prévisible car la force du courant est liée à la différence de température entre la face du vitrage et celle de l'air dans le

canal. L'augmentation de  $\Delta T$  diminue la température de la face vitrée, augmente donc la force du courant descendant et induit une diminution du débit. On peut remarquer que l'émissivité a un effet d'accentuation suivant le signe du débit. Lorsque le débit est positif, l'augmentation de l'émissivité accroît le débit, et si le débit est négatif, l'émissivité diminue sa valeur. Avec l'apport des échanges par rayonnement, une part importante de l'énergie absorbée sur la face chauffée est transmise par radiation à la face interne de la paroi vitrée.

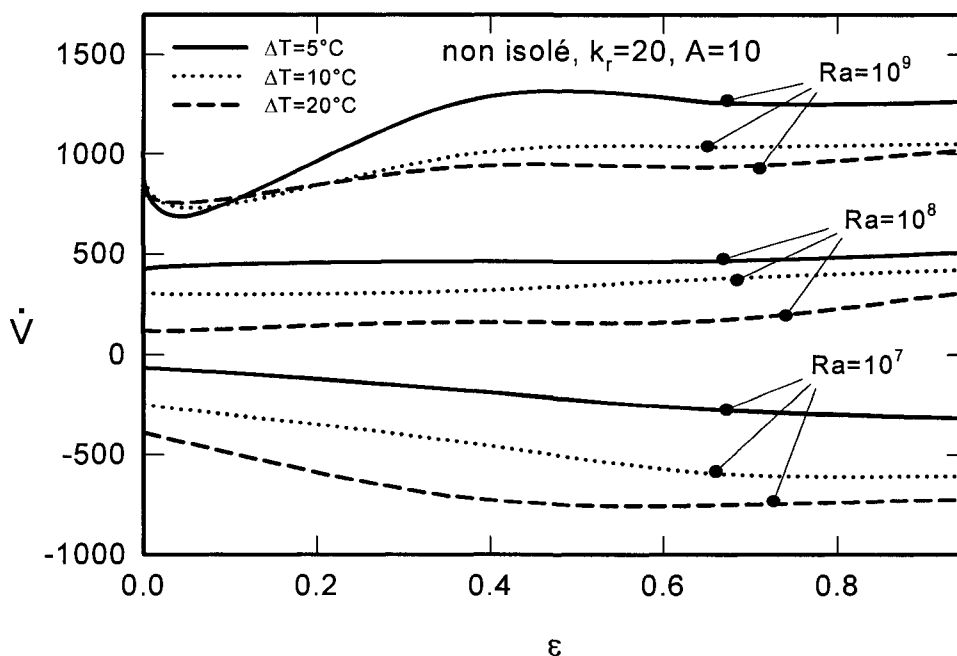


Figure 7.6 – Cas1 : le débit  $\dot{V}$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$

Sur la figure 7.7, on remarque que cette part reste assez importante. Elle est de 38 % pour  $\varepsilon=0.95$  et  $Ra=10^9$ . Cette augmentation du flux  $q_r/q_t$  se fait au détriment du flux de chaleur par convection  $q_c/q_t$  sur la face t. Si l'énergie reçue par rayonnement sur la

face v est assez importante, un courant ascendant se forme aussi sur la face vitrée. Il se crée un courant convectif sur la face v et le débit de l'air à la sortie de la cavité augmente malgré la diminution de la convection sur la face t. Mais dans le cas où cette énergie n'est pas assez forte, aucun courant ascendant n'est créé et la diminution de  $q_o/q_t$  entraîne une diminution du débit dans le canal.

Le rendement thermique est une fonction décroissante de l'émissivité mais croissante du nombre de Rayleigh  $Ra$ . Ce résultat est présenté à la figure 7.8. Le flux de chaleur  $q_2$  est formé de deux parties, une qui est due à la conduction dans le mur et l'autre à la convection à travers le canal.

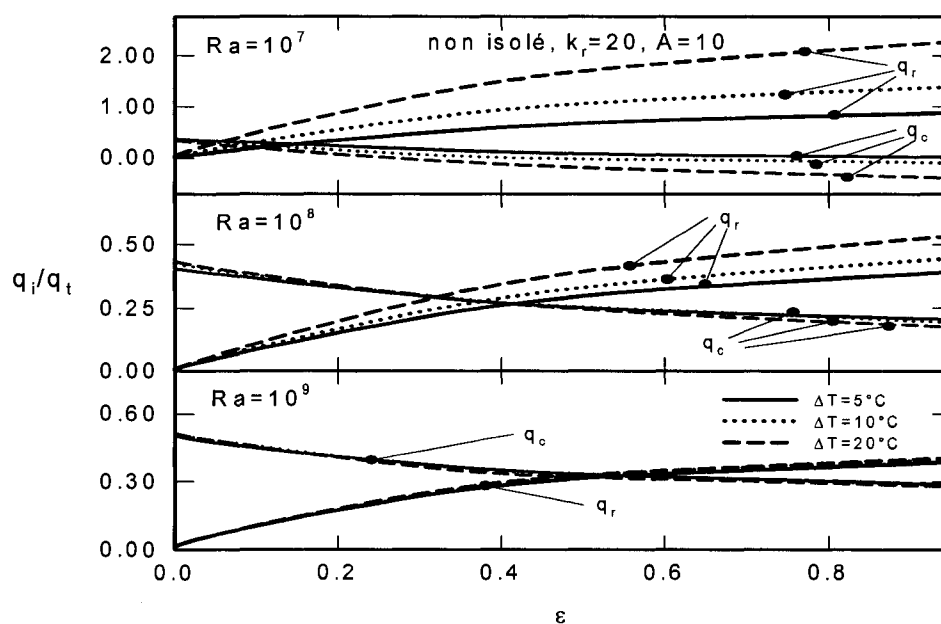


Figure 7.7 – Cas 1 : les flux de chaleur  $q_o/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$  avec  $q_i$  représentant  $q_o$  et  $q_r$

Lorsque  $\varepsilon=0$ , le flux de chaleur absorbé sur la face t,  $q_t$ , se transmet par conduction et par convection. Les deux modes alimentent le flux de chaleur  $q_2$ . Quand l'émissivité des parois est prise en compte, une partie de  $q_t$  est transférée par radiation de la face t vers la face v d'où une fraction s'échappe vers l'extérieur par conduction à la face 1. On observe donc une diminution des flux de chaleur par convection et par conduction à travers la face 2. Ainsi, le bilan donne un rendement thermique diminué d'environ 30 % pour l'émissivité passant de 0 à 1, et ce quelque soit la valeur du nombre de Rayleigh et de la différence de température.

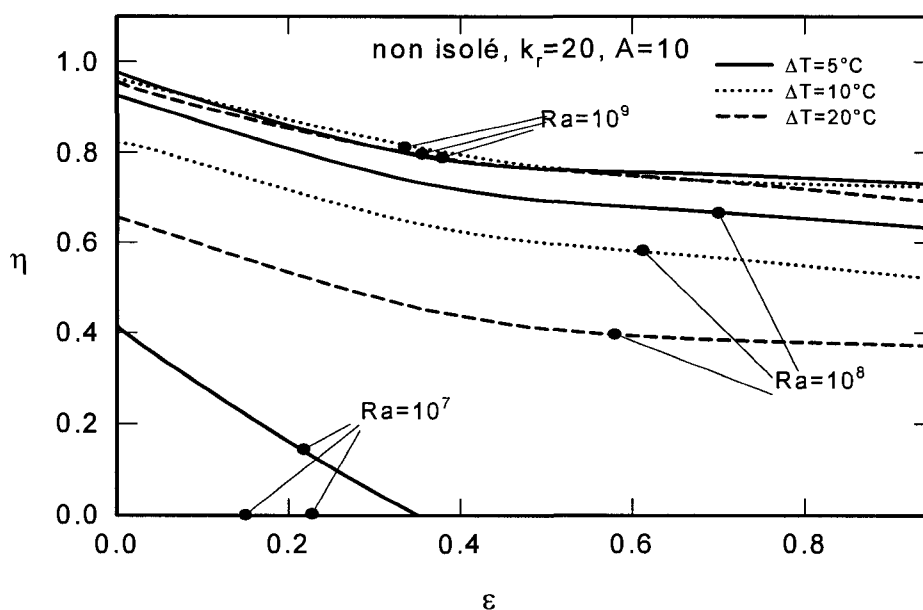


Figure 7.8 – Cas 1 : le rendement de transfert  $\eta$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$

Ceci explique que le rendement thermique et le flux de chaleur par rayonnement évoluent dans un sens opposé en fonction de l'émissivité. L'influence de  $\Delta T$  est différente en fonction du nombre de Rayleigh. Pour le nombre de Rayleigh élevé, le rendement thermique est très peu sensible à  $\Delta T$ . Cette sensibilité augmente fortement lorsque la valeur du nombre de Rayleigh diminue. Ce résultat est lié au fait que

l'importance du flux de chaleur, qui est transmis de la chambre vers l'extérieur  $q_{12}$  par rapport au flux de chaleur total  $q_t$  est proportionnel de la différence de température et inversement proportionnel à la valeur du nombre de Rayleigh. Ce résultat est attendu vu que le flux de chaleur absorbé,  $q_a$ , n'est pas fonction de  $\Delta T$ , et plus la température sur la surface chauffée est élevée, plus le flux de chaleur  $q_{12}$  prend de l'influence et au contraire, plus  $Ra$  est élevé, moins le flux de chaleur  $q_{12}$  a de l'influence sur le transfert de chaleur.

Dans ce paragraphe, l'effet de la variation de l'allongement du canal va être étudié. On va conserver les paramètres suivants :  $k_r=20$  et  $\Delta T=10$ . On observe sur la figure 7.9 que le rendement thermique et le flux de chaleur  $q_r/q_t$  ne sont sensiblement pas variables en fonction du facteur de forme  $A$ . Ceci est prévisible, car même si dans l'absolu les transferts de chaleur par rayonnement, par conduction et par convection augmentent avec l'allongement du canal, l'énergie totale absorbée sur la face chauffée augmente aussi et dans les mêmes proportions. Seul le débit d'air à la sortie du canal augmente et la convection aussi. On observe, comme on l'a prédit précédemment, que le rendement thermique  $\eta$  et le flux de chaleur  $q_r/q_t$  évoluent toujours dans le sens contraire en fonction de l'émissivité.

On va présentement étudier l'influence de la conductivité du mur. La figure 7.10 montre que la conductivité a un effet important sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans la cavité. Lorsque la valeur de  $k_r$  est faible, le flux de chaleur par radiation est fortement dépendant de  $\varepsilon$  ainsi que le rendement thermique.



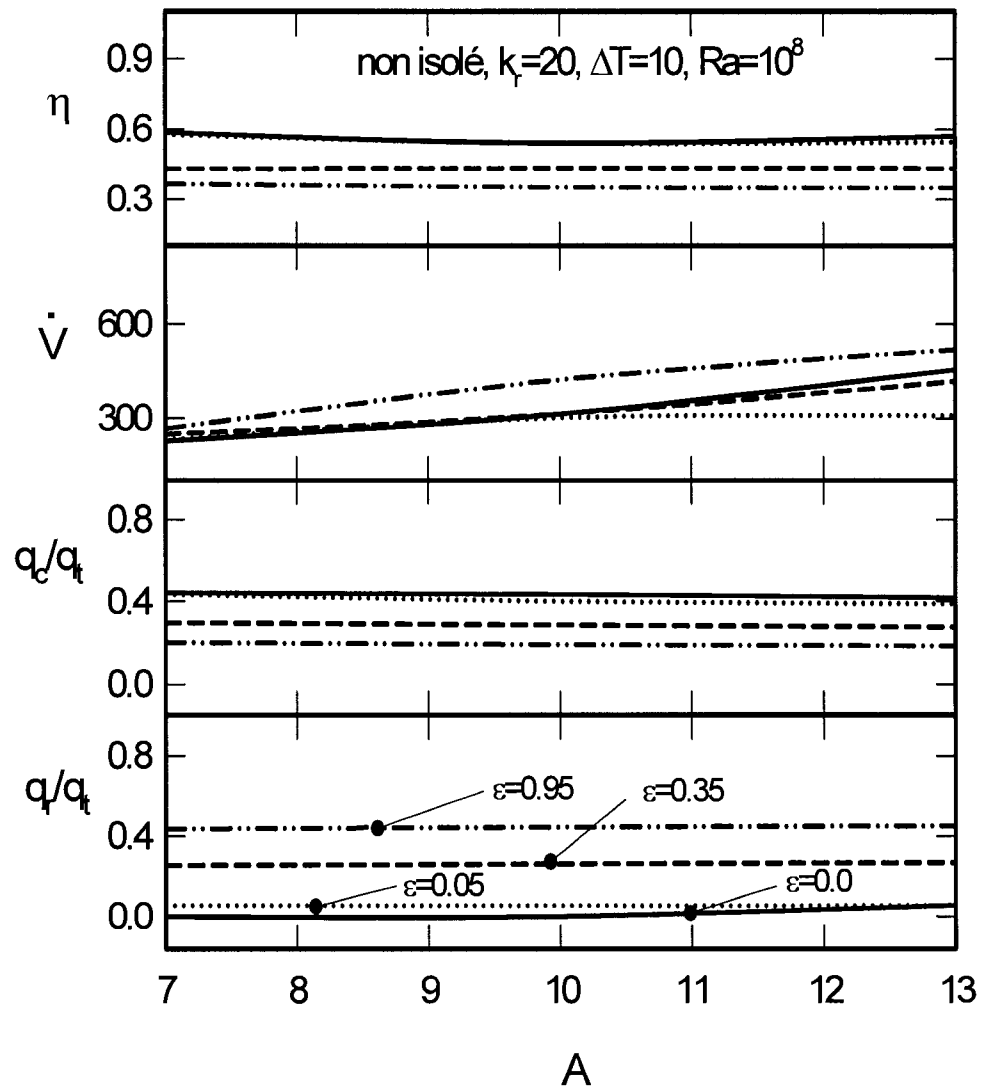


Figure 7.9 – Cas 1 :  $\eta$ ,  $\dot{V}$ ,  $q_c/q_t$  et  $q/q_t$  en fonction de  $A$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  avec  $Ra=10^8$  et  $\Delta T=10$

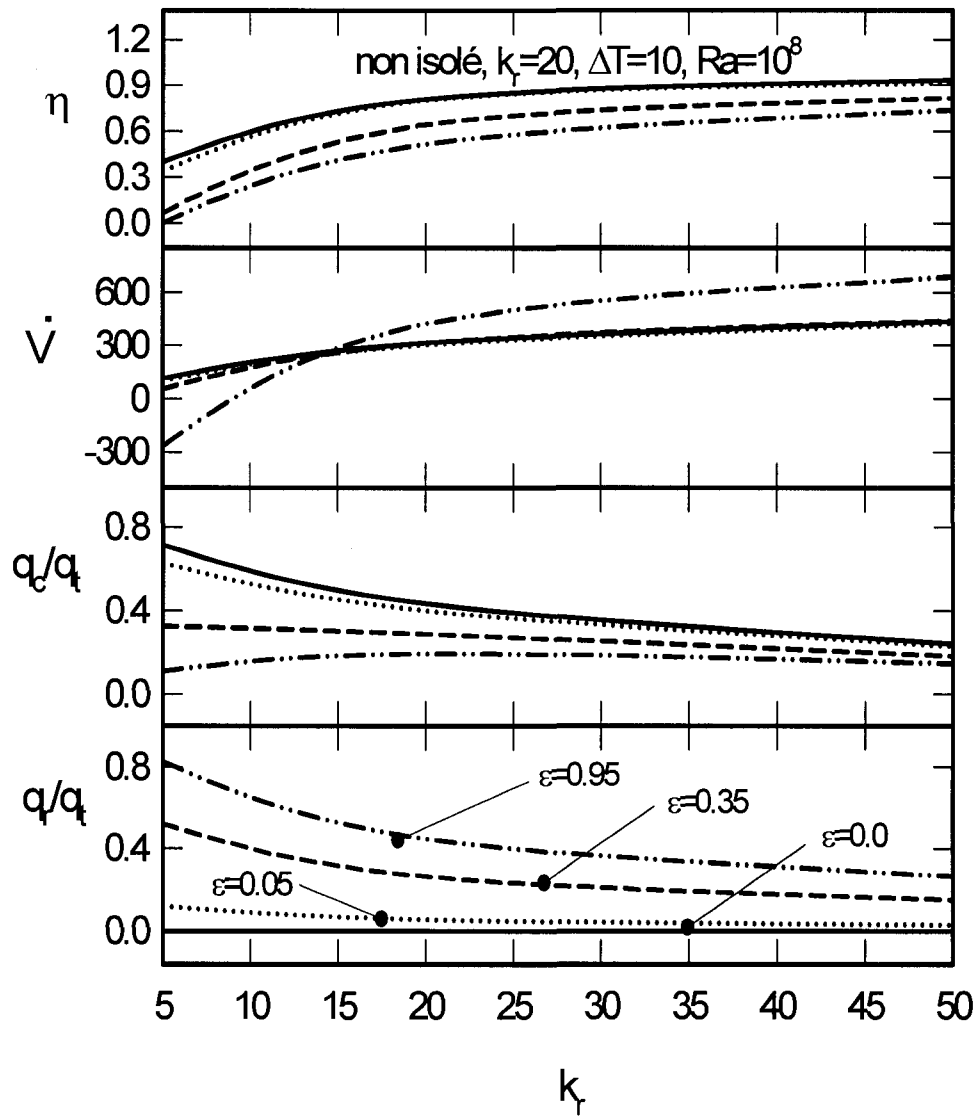


Figure 7.10 – Cas 1 :  $\eta$ ,  $\dot{V}$ ,  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $k_r$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  avec  $Ra=10^8$  et  $\Delta T=10$

La température à la surface chauffée du mur aura tendance à augmenter si la conductivité du mur diminue. Pour des faibles valeurs de l'émissivité, le flux de chaleur

se transmet essentiellement par convection, et on peut observer que  $q_c/q_t$  sur la face t est élevé. L'augmentation de l'émissivité  $\varepsilon$  induit un plus grand échange de chaleur par rayonnement et, donc, une partie plus importante de la chaleur est transférée par la conduction à la face 1. L'augmentation de la conductivité accroît la part de flux par conduction dans le mur vers la face 2 et une augmentation substantielle du rendement thermique. Et ceci malgré la réduction de  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$ , et donc de la part de  $q_2$  qui est transmise par convection. Lorsque  $k_r > 30$ , la croissance du rendement thermique diminue en fonction de  $k_r$ . On peut remarquer que, parallèlement, la baisse de  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$  par rapport à  $k_r$  s'atténue, ce qui induit une réduction de la croissance du flux de chaleur par conduction. Étant donné que ce flux représente une part très importante de  $q_2$ , la croissance du rendement s'en trouve largement réduite.

#### Cas 2 : Mur avec une couche isolante

Une étude précédente dans la littérature [120] a montré que pour les cas de cavité allongée avec un mur chauffé de l'intérieur et isolé de l'autre côté, la conductivité du mur n'avait aucune influence sur le transfert de chaleur dans le cas de régime permanent. Pour cette raison, dans cette partie, on ne va pas traiter de l'influence de  $k_r$ .

On va considérer que le mur de la cavité est formé d'une couche conductrice de conductivité,  $k_r$ , d'une couche isolante de conductivité  $k_r=1$  avec un facteur de forme  $A=10$ . Comme dans le cas non isolé, les figures 7.11 et 7.12 montrent que l'écoulement de l'air dans la cavité est fonction de  $\varepsilon$  et  $Ra$ . On observe que pour les valeurs faibles de  $Ra$ , la circulation de l'air dans la cavité est inverse. La force du courant inverse est moins importante par rapport au cas sans isolation.

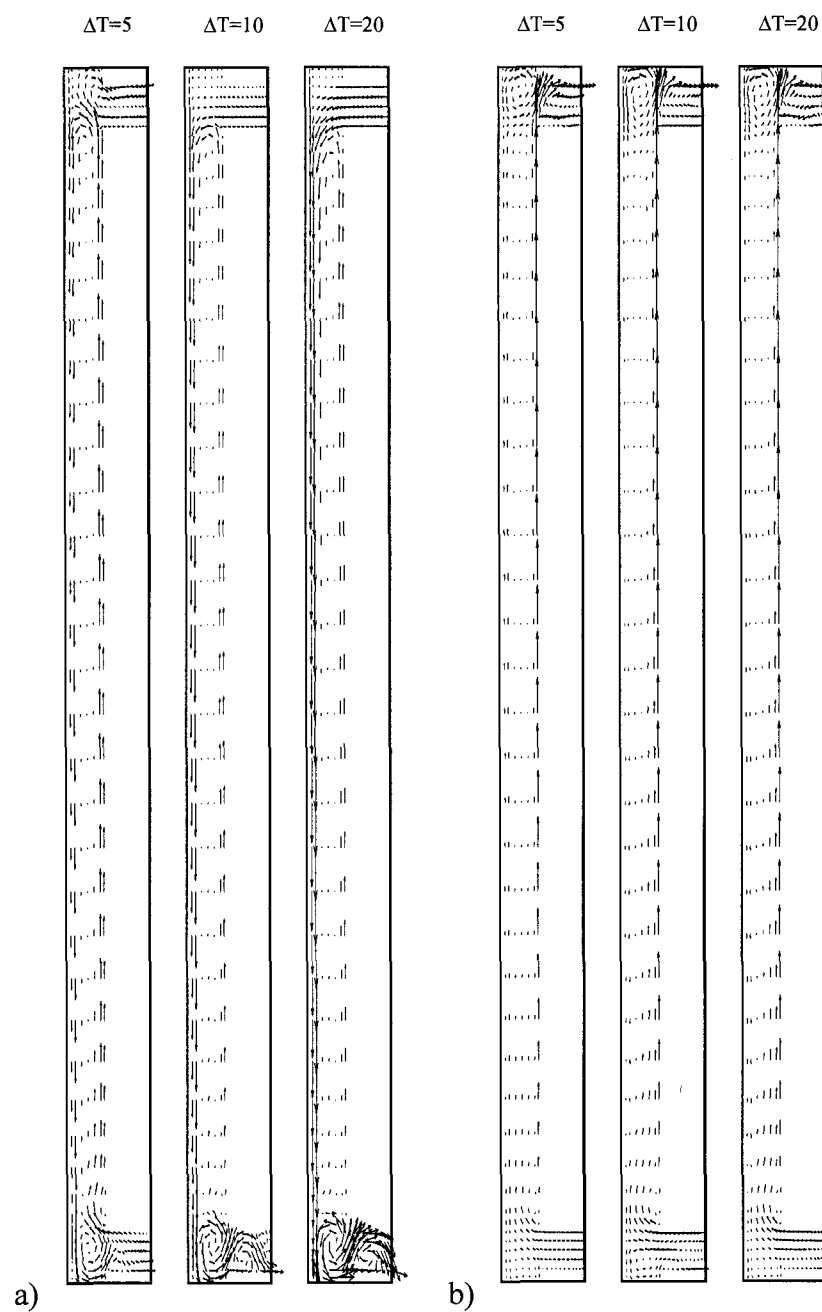


Figure 7.11 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de  $\Delta T$  pour le cas avec isolation : a)  $\varepsilon=0$  et  $Ra=10^7$ , b)  $\varepsilon=0$  et  $Ra=10^9$

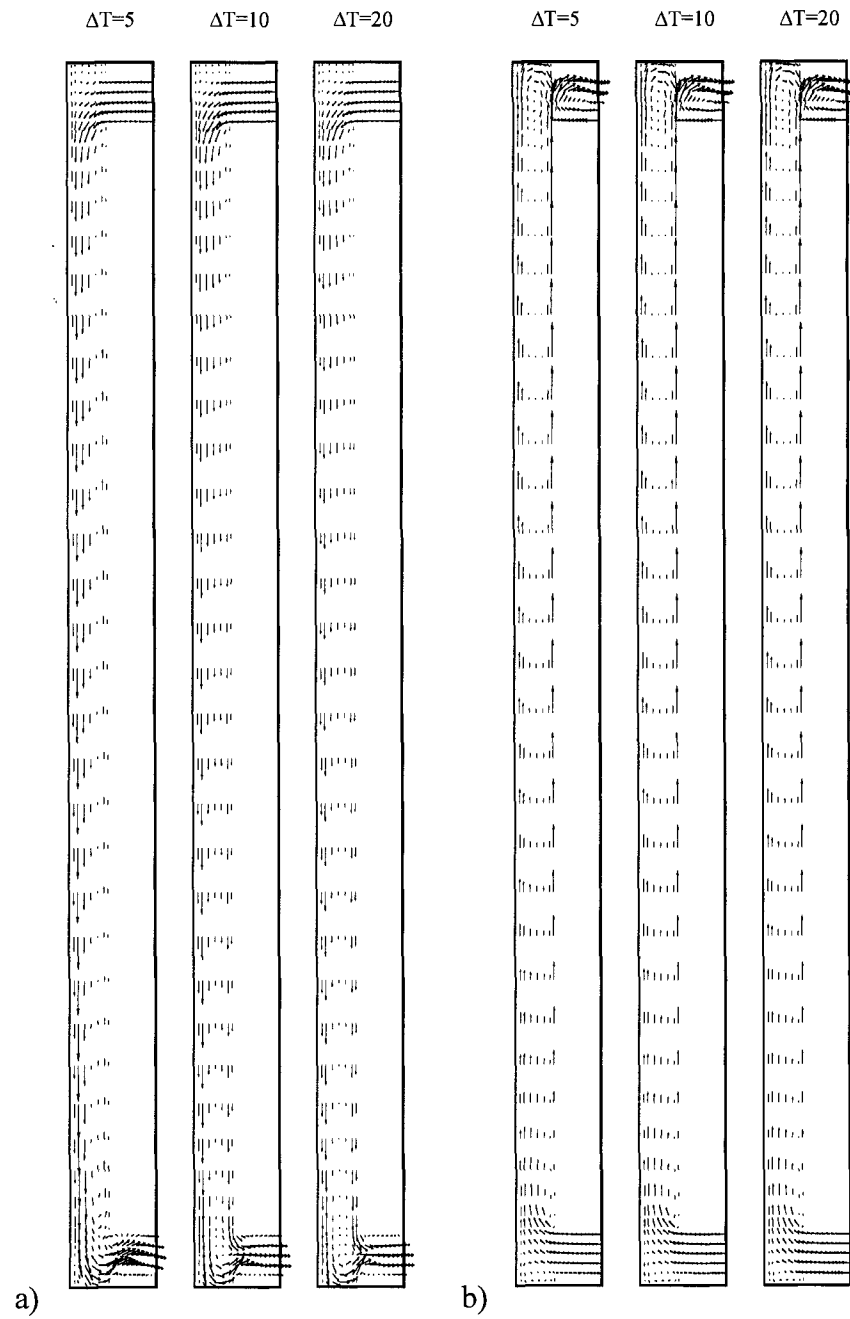


Figure 7.12 – Vecteurs—vitesses pour différentes valeurs de  $\Delta T$  pour le cas avec isolation : a)  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^7$  et b)  $\varepsilon=1$  et  $Ra=10^9$

On peut donc observer, à la figure 7.13, que le débit de l'air à l'ouverture supérieure est moins élevé que dans le cas 1.

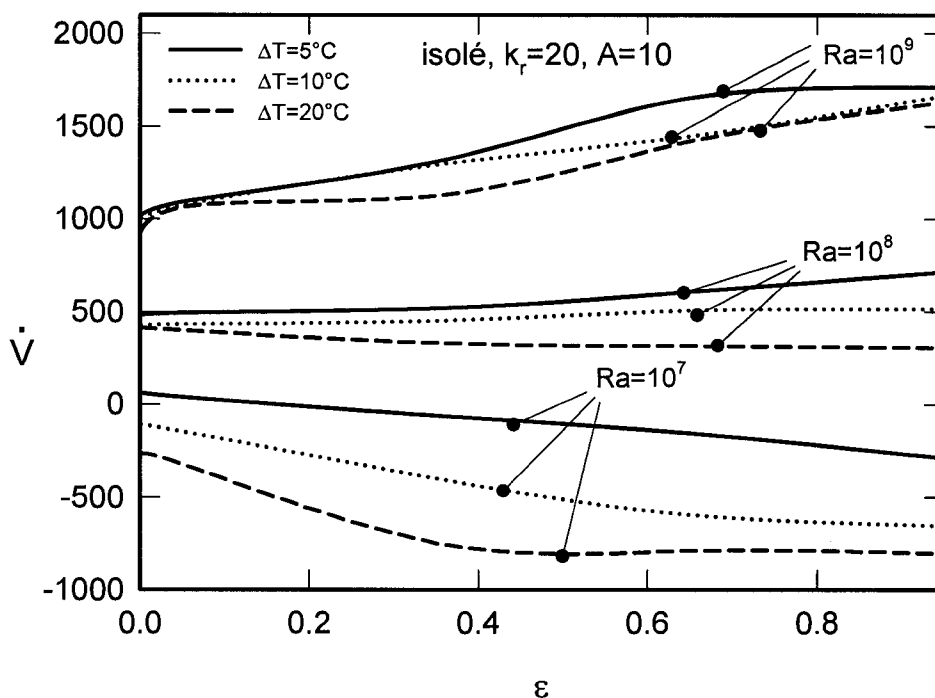


Figure 7.13 – Cas 2 : le débit  $\dot{V}$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$

Ceci s'explique par le fait que la grande partie de l'énergie absorbée par le mur est transmise par convection à l'air et la force ascendante va ainsi être renforcée. Le débit de l'air ascendant va donc être augmenté pour toutes les valeurs de  $\varepsilon$  et  $Ra$ . Parallèlement, la figure 7.14 montre que le flux de chaleur transmis par radiation  $q_r/q_t$  est plus important que dans le cas 1. Ceci est le résultat de l'augmentation de la température sur la face chauffée du mur.

Le flux de chaleur par convection augmente, car le flux de chaleur par conduction est très faible. Ainsi le flux de chaleur  $q_2$  sur la face 2 est essentiellement formé par le flux de chaleur par convection.

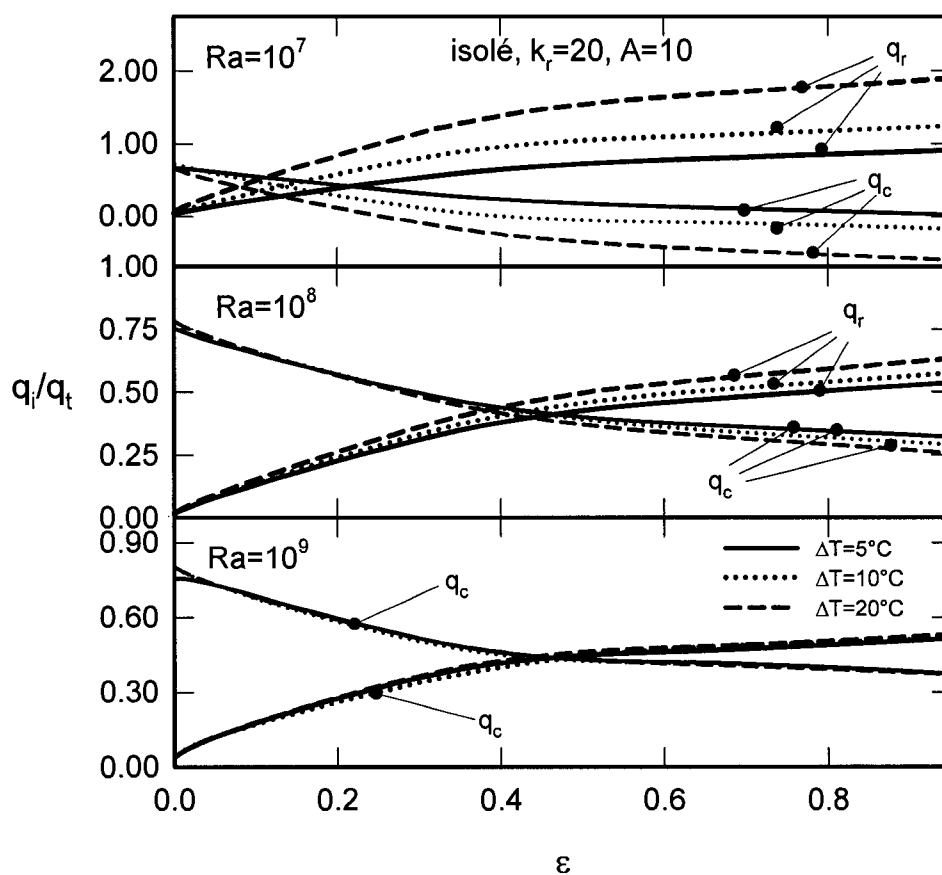


Figure 7.14 – Cas 2 : le flux de chaleur  $q_o/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$

La figure 7.15 présente l'évolution du rendement thermique en fonction de l'émissivité. Lorsque l'émissivité du mur est faible, le rendement thermique du cas sans isolation est largement supérieur à celui du cas avec isolation.

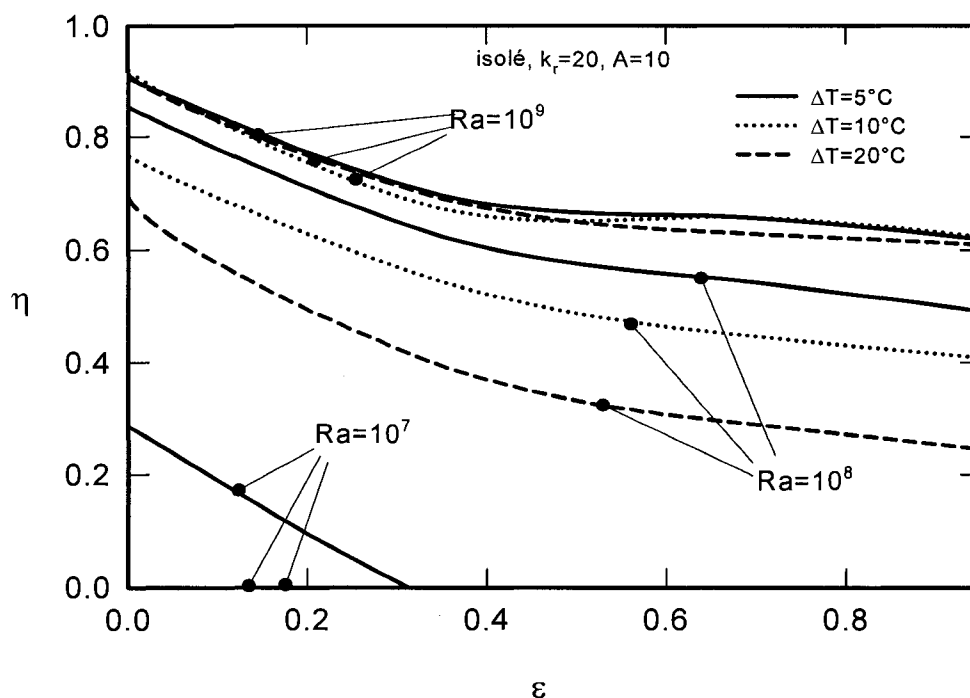


Figure 7.15 – Cas 2 : le rendement de transfert  $\eta$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs de  $Ra$  et de  $\Delta T$

À  $\varepsilon=0$ , il passe de 78.28 % et 85.69 % respectivement pour  $Ra=10^8$  et  $10^9$  dans le cas 1, à 64.29 % et 75.67 % dans le cas 2. Cette différence est graduellement effacée avec l'augmentation de l'émissivité. En effet, pour  $\varepsilon=0.95$ , le rendement thermique est égale à 45.11 % et 53.76 % pour  $Ra=10^8$  et  $10^9$  dans le cas 1 à 44.85 % et 53.36 % dans le cas 2. Cette évolution est due à l'absence de la part de conduction dans le flux de chaleur sur la face 2 dans le cas avec isolation. Lorsque les échanges par rayonnement sont négligés, la part du flux par conduction dans le flux de chaleur à travers la face 2 est



importante. Cette part diminue avec l'augmentation de l'émissivité et à  $\varepsilon=0.95$ , la part du flux par convection devient la plus importante.

Comme cette partie forme le flux dans le cas avec isolation, les deux valeurs de  $q_2$  s'en trouvent rapprochées. Pour le cas avec isolation, on va étudier l'influence du facteur de forme  $A$ . Pour les mêmes raisons que dans le cas sans isolation, la figure 7.16 montre que le débit de l'air à la sortie du canal augmente avec l'allongement et ce dans la plus forte proportion. Ceci s'explique par une forte convection dans le cas avec isolation. On observe aussi que le flux de chaleur par radiation  $q_r/q_t$  ne dépend pas de  $A$ . Mais le rendement thermique est légèrement modifié. Il est croissant pour  $\varepsilon=0$  et décroissant avec une pente tout aussi croissante avec l'émissivité. En effet, à  $\varepsilon=0$ , la perte de transfert de chaleur par convection qui passe par la face 2 augmente avec l'allongement de la cavité. Dès que les échanges par rayonnement sont introduits, cette part diminue. L'allongement de la cavité augmente cette diminution car une partie du flux de chaleur totale introduite par l'allongement se perd sur la paroi vitrée. Pour un cas plus réaliste d'émissivité du mur,  $\varepsilon=0.95$ , une comparaison, entre les deux cas étudiés, est présente à la figure 7.17. Le rendement thermique est supérieur dans le cas sans isolation. Néanmoins, le système avec isolation doit être utilisé seulement lorsque le flux de chaleur absorbé sur la face chauffée est important,  $Ra > 10^8$ . Étant donné que l'isolation permet d'éviter les pertes d'énergie, lorsque le système n'est pas en marche, un bon contrôle du démarrage et de l'arrêt de la circulation dans le système peut être efficace pour atteindre l'objectif d'utiliser l'énergie solaire pour le chauffage des bâtiments.

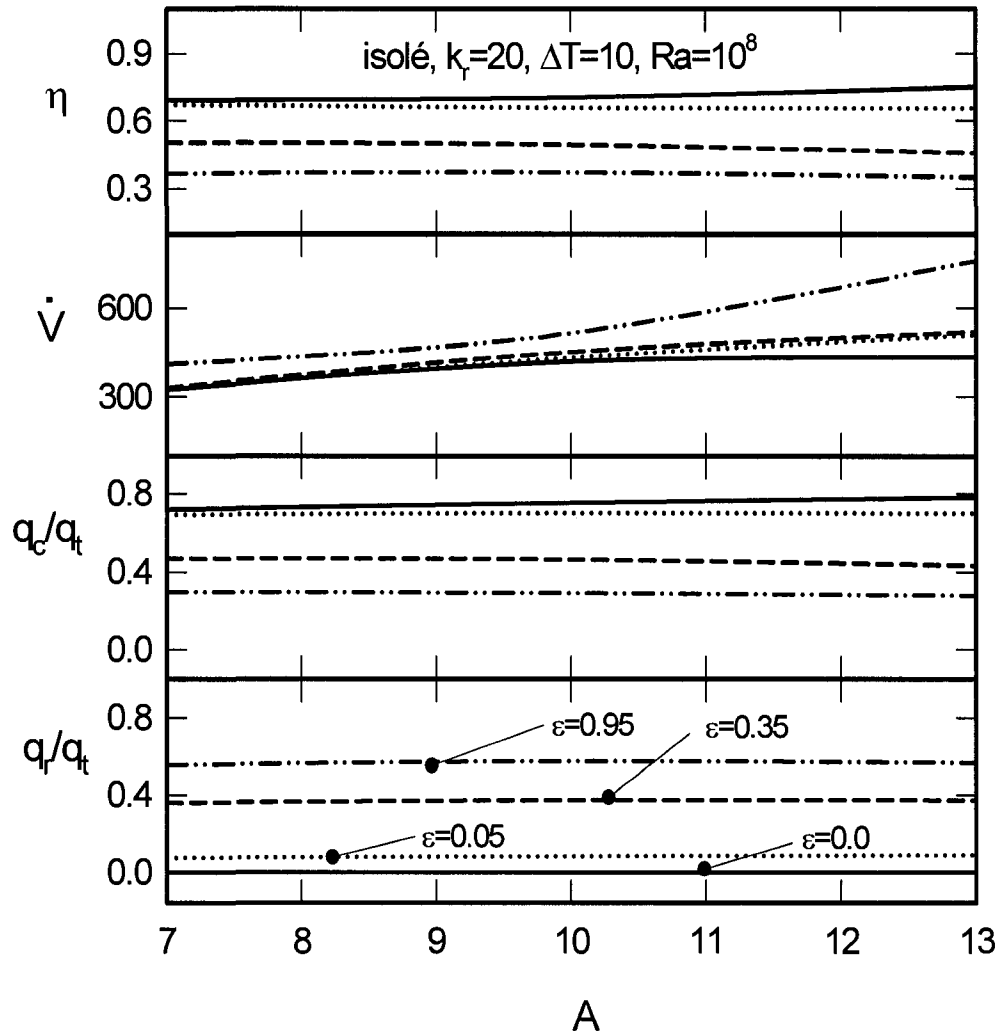


Figure 7.16 – Cas 2 :  $\eta$ ,  $\dot{V}$ ,  $q_c/q_t$  et  $q_r/q_t$  en fonction de  $A$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  avec  $Ra=10^8$  et  $\Delta T=10$

## 7.6 CONCLUSION

Cette étude a porté sur la détermination de l'effet de flux de chaleur, de l'émissivité et de la différence de température entre les deux faces verticales externes d'un le système passive avec masse thermique.

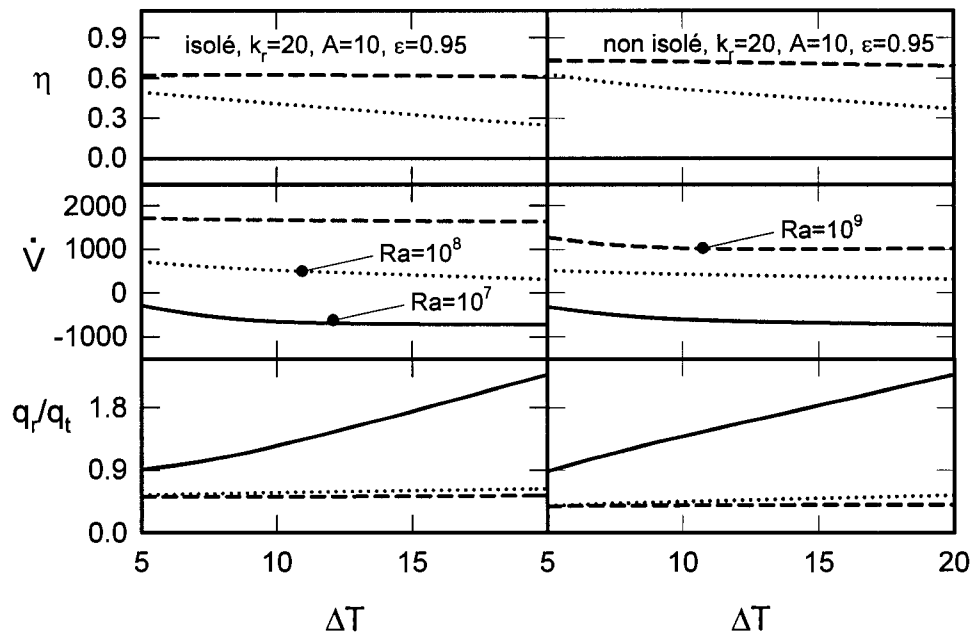


Figure 7.17 – Comparaison des paramètres  $\eta$ ,  $\dot{V}$  et  $q_r/q_t$  pour les cas avec et sans isolation fonction de  $\Delta T$  pour différentes valeurs de  $Ra$  avec  $\varepsilon=0.95$

Ce système est formé par une cavité allongée constituée d'une paroi vitrée à travers laquelle passe les rayons solaires et d'un mur qui absorbe l'énergie des rayons sur une face. Une différence de température  $\Delta T$  est supposée entre les faces externes de la paroi vitrée et le mur. Les valeurs de cette différence de températures sont  $\Delta T=5, 10, 20$ . Deux types de murs ont été considérés, l'un sans isolation et l'autre comprenant une couche isolante sur la face extérieure du mur. On a aussi étudié l'effet de la conductivité du mur et de l'allongement sur le transfert de chaleur et l'écoulement de l'air dans la cavité. Les résultats montrent que, quelque soit le type de mur, le rendement thermique est une fonction décroissante de l'émissivité et une fonction croissante du nombre de

Rayleigh. Si l'apport du flux de chaleur fournis par les rayons solaires n'est pas assez important, on observe un écoulement descendant du fluide. Ce qui induit une perte de chaleur de la chambre et donc un rendement thermique nul du système passive avec masse thermique.

La variation de l'allongement du canal a un effet marqué sur le débit d'air mais peu sur le rendement thermique. Cette influence sur le rendement thermique est marquée surtout dans le cas avec isolation à cause de l'absence de la conduction vers la face 2.

La différence de température agit sensiblement sur le rendement thermique et le débit. Elle tend à diminuer le débit en augmentant la force du courant descendant. Le rendement thermique est aussi décroissant avec la différence de température  $\Delta T$  car elle augmente le flux de chaleur  $q_{12}$  et donc diminue la part de flux de chaleur  $q_2$  qui passe par la face 2.

L'effet de la conductivité a été étudié seulement pour le cas sans isolation. Pour les valeurs de conductivité  $k_r < 30$ , le rendement thermique est fortement croissant. Cette croissante est réduite pour les valeurs de  $k_r > 30$ . Cette étude a montré que l'isolation du mur diminue le rendement thermique mais augment le débit d'air vers la chambre.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

On a présenté, dans cette thèse, l'étude du transfert de chaleur dans des cavités avec différentes configurations, en tenant compte des modes de transmission, soit la convection, la conduction et la radiation. En se basant sur les approximations de Boussinesq et de surfaces grises et diffuses, on a développé un modèle mathématique qui combine le transfert de chaleur, l'écoulement de l'air dans la cavité et les échanges avec l'environnement extérieur à la cavité. L'objectif principal de cette thèse était de déterminer l'effet de la conduction et de la radiation sur la convection naturelle, dans une cavité avec différentes formes géométriques et des paramètres physiques variables. L'énergie est fournie au système sous forme de flux de chaleur constant. Le problème technologique privilégié était d'étudier des cas applicables à l'utilisation de l'énergie solaire pour des besoins domestiques : chauffage, ventilation ou refroidissement des bâtiments.

On a, sur la base de ce modèle mathématique, élaboré une méthode numérique qui a permis de coupler les équations régissant la convection dans le domaine fluide, la conduction dans le domaine solide et la radiation entre les interfaces fluide/solide. Le nombre de Rayleigh,  $Ra$ , le nombre de radiation,  $N_r$ , le nombre de Prandtl,  $Pr$ , le rapport de température,  $\gamma$ , et l'émissivité,  $\varepsilon$  sont les nombres adimensionnels qui définissent le comportement du transfert de chaleur et de l'écoulement de l'air dans la cavité.

Des approches de différences finies et de volume de contrôle ont été utilisées. Sur la base de la méthode SIMPLER, on a développé un système de résolution de la convection et la conduction en utilisant l'algorithme de Thomas. La radiation y a été introduite sous forme de source de chaleur sur les interfaces fluide/solide. La valeur de la source est calculée en fonction du champ de température dans le domaine de calcul.

Parallèlement, on a développé une technique qui permet d'étudier les cas où la source de chaleur, fournie sous forme de flux de chaleur, est située à l'intérieur du domaine de calcul. La combinaison de l'introduction de la radiation et les apports de chaleur dans la partie interne de la cavité représentent un apport significatif à la recherche dans ce domaine, car ils ont permis d'étudier numériquement, en deux dimensions, des cas qui n'ont pu être résolus que par des méthodes analytiques ou expérimentales.

Le programme numérique, qui a résulté de l'élaboration de cette méthode, a été validé en comparant les résultats obtenus par ce code, avec ceux de plusieurs études dans la littérature : des études de benchmark [21-23], d'autres études numériques [25,26,44] et expérimentales [37].

Après avoir élaboré et validé une méthode numérique capable de résoudre des problèmes de transfert de chaleur, dans les trois modes de transmission dans une cavité avec une géométrie quelconque, une définition des variables de sorties, utiles pour comprendre et décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de circulation de l'air dans la cavité, s'est avéré nécessaire. Ainsi, les isothermes et les lignes de fonction de courant sont tracées pour des cas qui portaient à intérêt particulier. En outre, on a présenté les évolutions du nombre de Nusselt, du débit de l'air sortant de la cavité et des flux de chaleur par convection, par conduction et par radiation, en fonction de la variation de flux entrant dans le système et de l'émissivité des parois.

Dans un premier temps, on s'est attelé à déterminer l'influence des échanges par rayonnement, de la conduction et des paramètres géométriques pour le cas d'une cavité bordée d'une paroi massive sur une des faces latérales. Dans la première étude, la cavité est fermée et le flux de chaleur émane de la face non massive. Il est retransmis au système par convection et radiation. Dans le second cas, la face non massive est ôtée. La source de la chaleur se retrouve sur la face interne du mur et l'énergie est retransmise dans les trois modes de transfert de chaleur. On a, par la suite, étudié deux types

d'éléments de construction pouvant servir à la ventilation ou au chauffage des bâtiments. Le premier élément, étudié et présenté, est une cheminée solaire et le second, un système passif avec masse thermique ou plus fréquemment appelé mur Trombe.

Les résultats ont montré que le nombre de Rayleigh, qui représente le flux de chaleur fourni au système, a une influence importante, quelque soit la géométrie et les propriétés physiques du système. Le nombre de Nusselt est toujours croissant en fonction du nombre de Rayleigh. Ce qui se traduit par une augmentation de la circulation de l'air dans la cavité ainsi qu'une augmentation du débit dans le cas des systèmes ouverts. Ce résultat est normal, car plus l'énergie fournie au système est importante, plus les forces volumiques augmentent et le courant généré par convection sur la face chauffée devient plus fort.

L'influence de l'émissivité est significative sur le transfert de chaleur. En effet, le transfert de chaleur par radiation forme une partie importante du transfert totale de chaleur. L'écoulement et le transfert de chaleur étudiés, sans la prise en compte de la radiation, donnent donc une réponse erronée. La circulation du fluide dans la cavité est ainsi sous-estimée. Par exemple, on a observé que lorsque l'émissivité est forte à  $\varepsilon=1$ , la circulation devient multicellulaire dans le cas du système fermé, à cause des faces horizontales de la cavité qui deviennent actives. Ceci est dû à l'acquisition, par radiation, de l'énergie sur les faces non chauffées. Avec l'augmentation de l'émissivité, la différence de température dans le système diminue. Ce phénomène a été nommé effet d'uniformisation. À cause de celui-ci, le nombre de Nusselt est une valeur décroissante de l'émissivité et de l'épaisseur du mur. L'inclinaison de la cavité influence sensiblement le système seulement lorsque la source de chaleur se trouve plus haute que la partie fluide de la cavité à  $\varphi > 90^\circ$  et que la convection est réduite. On observe donc une diminution du nombre de Nusselt.

Dans le cas où la face gauche de la cavité est ouverte, on a observé que l'accroissement de l'émissivité entraîne une augmentation du débit de l'air à la sortie de la cavité. Ce résultat est compatible avec celui obtenu dans le cas de la cavité fermée. L'augmentation de la circulation justifie le débit accru. Néanmoins, l'effet de l'émissivité est plus faible sur le nombre de Nusselt, du fait de l'échange entre l'énergie transférée par conduction vers celle transférée par radiation. L'effet d'uniformisation est réduit à cause de la valeur de la température fixée sur la face ouverte de la cavité. La conductivité a un effet contraire dans ce cas, en comparaison au cas de la cavité fermée. Le nombre de Nusselt est décroissant en fonction de la conductivité. Ce résultat est normal, car lorsque le mur n'est pas la source d'énergie principale, ce qui est le cas dans la cavité fermée, l'augmentation de la conductivité accroît les capacités de transfert de chaleur du système et donc le transfert par convection. Alors que, sur le mur actif, i.e. avec la face interne chauffée, l'énergie est partagée entre la convection et la radiation d'un côté, et la conduction de l'autre. La conductivité accroît la part du transfert par conduction et donc diminue celle de la convection. L'effet de l'épaisseur du mur est à l'opposé de celui de la conductivité. L'influence du facteur de forme est faible sur le nombre de Nusselt. Par contre, il accroît le débit dans la cavité lorsque les échanges par rayonnement sont pris en compte grâce à l'augmentation de la longueur des faces horizontales.

Dans la cheminée, le transfert de chaleur par rayonnement rend les deux faces internes du canal actives et, donc, le débit de l'air augmente sensiblement avec l'émissivité des parois. Cette effet est surtout important pour des valeurs de  $\varepsilon < 0.2$ . Comme dans le cas de la cavité fermée, l'augmentation de la conductivité ou la diminution de l'épaisseur des parois massives entraîne une croissance du nombre de Nusselt, à cause de la position du domaine solide par rapport à la source de chaleur. L'importance relative de la convection par rapport à la conduction reste invariante en fonction du facteur de forme. Mais le débit augmente, à cause de l'augmentation de l'énergie introduite dans le système par l'allongement de la face chauffée. La hauteur de



l'entrée influence la circulation dans le canal. Pour éviter le phénomène d'écoulement inverse, on a déterminé que la hauteur optimale de l'entrée doit être proche de l'épaisseur du canal.

Comme dans le cas de la cheminée, le transfert de chaleur par rayonnement va créer un courant ascendant sur la face interne de la vitre dans le cas du système de mur solaire. On observe, ainsi, une augmentation du débit de l'air à la sortie du canal. Étant donné la différence de température appliquée entre les deux faces latérales externes du système, ce phénomène ne se déroule que lorsque l'énergie transférée est assez importante pour que cette face soit réchauffée. Dans le cas contraire, l'émissivité diminue la force du courant ascendant généré sur la face chauffée et donc le débit du courant inverse devient croissant en fonction de l'émissivité. Le rendement thermique et le débit sont croissants en fonction de la conductivité. Comme dans le cas de la cavité ouverte, où la position de la source de chaleur est semblable, la circulation diminue sur la face chauffée avec l'augmentation de la conductivité. Mais une circulation en tourbillon dans le canal empêche un échange d'air avec l'extérieur et le débit diminue. Cette influence de la conductivité diminue à  $k_r > 30$ . Une isolation du mur a pour effet de diminuer le rendement thermique du système.

De manière générale, dans tous les cas étudiés, l'émissivité favorise la circulation de l'air dans la cavité et pénalise le transfert de chaleur par convection. La résistance thermique du mur, qui est proportionnelle à l'épaisseur et inversement proportionnelle à la conductivité, détermine le comportement du transfert de chaleur dans la partie solide du domaine en régime permanent. Son influence sur le transfert de chaleur est en fonction de la position de cette partie solide par rapport à la source de chaleur. La position et les dimensions des ouvertures influencent fortement le débit dans les cas de systèmes ouverts. En ce qui concerne les systèmes simulant les applications de technologies solaires, on a pu voir que l'efficacité d'une cheminée solaire est meilleure si elle est allongée. La conductivité des matériaux du mur doit être la plus élevée

possible et un choix optimal doit être fait quant à l'épaisseur du mur et la grandeur des ouvertures. En ce qui concerne le cas du système passif avec masse thermique, il peut être efficace si le flux de chaleur solaire utile, reçu par l'absorbeur, est assez important et la différence de température, entre la pièce à chauffer et l'environnement, n'est pas très élevée. Cette configuration n'existe que dans certaines régions. Une étude plus approfondie pourrait permettre d'abord d'identifier les régions propices à ce type de technologie.

En recommandation, le travail mené dans cette thèse peut être prolongé dans différentes voies. Le type de géométrie choisie pour cette thèse est la cavité rectangulaire. Plusieurs applications demandent l'utilisation de cavités avec d'autres formes comme les cavités cylindriques ou sphériques. D'autre part, des hypothèses d'écoulement laminaire en deux dimensions sont à la base du modèle mathématique développé. Il serait possible de continuer ce travail en développant un modèle en trois dimensions ou en travaillant avec l'écoulement turbulent, ce qui est plus plausible pour certaines applications, comme le refroidissement des pièces électroniques. On pourrait aussi développer un modèle qui permettrait d'étudier les cas de stockage de l'énergie dans la masse thermique.

## RÉFÉRENCES

- [1] European Communities, World energy, technology and climate policy outlook 2030 - WETO 2003. Office for Official Publications of the European Communities. Luxembourg.
- [2] Bergles, A. E. *Heat transfer in electronic and microelectronic equipment*, New York: Hemisphere Publishing Corp., 1990.
- [3] Roonprasang, N., Namprakai, P., and Pratinthong, N., Experimental studies of a new solar water heater system using a solar water pump *Energy*, vol. 33, no. 4, pp. 639-646, 2008.
- [4] Bilgen, E. and Michel, J. Integration of solar systems in architectural and urban design. Chapter 19 in: *Solar energy Appl Build*, ed. Sayigh, A. A. M. New York: Academic Press, 1979.
- [5] Yang, K. T. *Natural convection in enclosures*, New York: John Wiley and Sons, 1987.
- [6] Mergui, S. and Penot, F., Convection naturelle en cavité carrée différentiellement chauffée: investigation expérimentale a  $Ra = 1,69 \times 10^9$ : Natural convection in a differentially heated square cavity: experimental investigation at  $Ra = 1.69 \times 10^9$  *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39, no. 3, pp. 563-574, 1996.
- [7] Mergui, S. and Penot, F., Analyse des vitesses et température de l'air en

convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée à  $Ra = 1.69 \times 10^9$ : Velocity and temperature analysis of air free convection in a differentially heated square cavity at  $Ra = 1.69 \times 10^9$  *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, no. 14, pp. 3427-3441, 1997.

- [8] Bouali, H., Mezrhab, A., Amaoui, H., and Bouzidi, M., Radiation-natural convection heat transfer in an inclined rectangular enclosure *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 45, no. 6, pp. 553-566, 2006.
- [9] Ramesh, N., Balaji, C., and Venkateshan, S. P., An experimental study of natural convection and surface radiation in an open cavity *Heat and Technology*, vol. 19, no. 2, pp. 89-94, 2001.
- [10] Lir, J. T. and Lin, T. F., Visualization of roll patterns in Rayleigh-Benard convection of air in a rectangular shallow cavity *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, no. 15, pp. 2889-2902, 2001.
- [11] Laguerre, O., Ben Amara, S., and Flick, D., Experimental study of heat transfer by natural convection in a closed cavity: Application in a domestic refrigerator *Journal of Food Engineering*, vol. 70, no. 4, pp. 523-537, 2005.
- [12] Ching, C. Y., Wu, W., and Ewing, D., The effect of the top and bottom wall temperatures on the laminar natural convection in an air-filled square cavity *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, no. 11-12, pp. 1999-2008, 2006.
- [13] Laguerre, O., Ben Amara, S., Charrier-Mojtabi, M.-C., Lartigue, B., and Flick, D., Experimental study of air flow by natural convection in a closed cavity:

Application in a domestic refrigerator *Journal of Food Engineering*, vol. 85, no. 4, pp. 547-560, 2008.

- [14] Wu, W., Ewing, D., and Ching, C. Y., Investigation of a large top wall temperature on the natural convection plume along a heated vertical wall in a square cavity *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, no. 7-8, pp. 1551-1561, 2008.
- [15] Ramesh, N. and Venkateshan, S. P., Experimental study of natural convection in a square enclosure using differential interferometer *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, no. 6, pp. 1107-1117, 2001.
- [16] Cha, S. S. and Choi, K. J., Interferometric investigation of open-cavity natural-convection heat transfer *Experimental Heat Transfer*, vol. 2, no. 1, pp. 27-40, 1989.
- [17] Skok, H., Ramadhyani, S., and Schoenhals, R. J., Natural convection in a side-facing open cavity *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 12, no. 1, pp. 36-45, 1991.
- [18] Chakroun, W., Elsayed, M. M., and Alfahed, S. F., Experimental Measurements of Heat Transfer Coefficient in a Partially/Fully Opened Tilted Cavity *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 119, pp. 298-303, 1997.
- [19] Showole, R. A. and Tarasuk, J. D., Experimental and numerical studies of natural convection with flow separation in upward-facing inclined open cavities *Journal of Heat Transfer, Transactions ASME*, vol. 115, no. 3, pp. 592-605, 1993.

- [20] Yu, E. and Joshi, Y. K., Natural convection air cooling of electronic components in partially open compact horizontal enclosures *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, vol. 23, no. 1, pp. 14-22, 2000.
- [21] Ramesh, N. and Merzkirch, W., Combined convective and radiative heat transfer in side-vented open cavities *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 22, no. 2, pp. 180-187, 2001.
- [22] Nada, S. A. and Moawed, M., Free convection in tilted rectangular enclosures heated at the bottom wall and vented by different slots-venting arrangements *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 28, no. 8, pp. 853-862, 2004.
- [23] Terrell Jr., W. and Newell, T. A., Localized heat transfer in buoyancy driven convection in open cavities *Journal of Heat Transfer*, vol. 129, no. 2, pp. 167-178, 2007.
- [24] Azevedo, L. F. A. and Sparrow, E. M., Natural convection in open-ended inclined channels *Journal of Heat Transfer, Transactions ASME*, vol. 107, no. 4, pp. 893-901, 1985.
- [25] Bouchair, A., Solar chimney for promoting cooling ventilation in southern Algeria *Building Services Engineering Research & Technology*, vol. 15, no. 2, pp. 81-93, 1994.
- [26] Moshfegh, B. and Sandberg, M., "Investigation of fluid flow and heat transfer in a vertical channel heated from one side by PV elements. Part I - numerical study," *Proceedings of the 1996 World Renewable Energy Congress on Renewable Energy, Energy Efficiency and the Environment. Part 1 (of 2)*, pp.

248-253, 1996.

- [27] Moshfegh, B. and Sandberg, M., Flow and heat transfer in the air gap behind photovoltaic panels *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, vol. 2, no. 3, pp. 287-301, 1998.
- [28] Sandberg, M. and Moshfegh, B., "Ventilated-solar roof air flow and heat transfer investigation," *Proceedings of the 1998 World Renewable Energy Congress V. Part 1 (of 2) : Renewable Energy*, pp. 287-292, 1998.
- [29] Sandberg, M. and Moshfegh, B., Buoyancy-induced air flow in photovoltaic facades effect of geometry of the air gap and location of solar cell modules *Building and Environment*, vol. 37, no. 3, pp. 211-218, 2002.
- [30] Onur, N. and Aktas, M. K., Experimental study on the effect of opposing wall on natural convection along an inclined hot plate facing downward *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 25, no. 3, pp. 389-397, 1998.
- [31] Khedari, J., Mansirisub, W., Chaima, S., Pratinthong, N., and Hirunlabh, J., Field measurements of performance of roof solar collector *Energy and Buildings*, vol. 31, no. 3, pp. 171-178, 2000.
- [32] Manca, O., Musto, M., and Naso, V., "Flow visualization and air temperature measurements in symmetrically heated vertical channels with adiabatic extensions," *2002 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 123-134, 2002.
- [33] Auletta, A., Manca, O., Musto, M., and Nardini, S., Thermal design of

symmetrically and asymmetrically heated channel-chimney systems in natural convection *Applied Thermal Engineering*, vol. 23, no. 5, pp. 605-621, 2003.

- [34] Manca, O., Musto, M., and Naso, V., Experimental investigation of natural convection in an asymmetrically heated vertical channel with an asymmetric chimney *Journal of Heat Transfer*, vol. 127, no. 8, pp. 888-896, 2005.
- [35] Puangsombut, W., Hirunlabh, J., Khedari, J., and Zeghmatti, B., An experimental study of free convection in an inclined rectangular channel using radiant barrier *Experimental Heat Transfer*, vol. 20, no. 2, pp. 171-184, 2007.
- [36] Tonui, J. K. and Tripanagnostopoulos, Y., Performance improvement of PV/T solar collectors with natural air flow operation *Solar Energy*, vol. 82, no. 1, pp. 1-12, 2008.
- [37] Krishnan, A. S., Premachandran, B., Balaji, C., and Venkateshan, S. P., Combined experimental and numerical approaches to multi-mode heat transfer between vertical parallel plates *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 29, no. 1, pp. 75-86, 2004.
- [38] Krishnan, A. S., Balaji, C., and Venkateshan, S. P., An experimental correlation for combined convection and radiation between parallel vertical plates *Journal of Heat Transfer*, vol. 126, no. 5, pp. 849-851, 2004.
- [39] Bilgen, E. and Chaaban, M., Solar heating - ventilating system using a solar chimney *Solar Energy*, vol. 28, no. 3, pp. 227-233, 1982.
- [40] Smolec, W. and Thomas, A., Theoretical and experimental investigations of heat



transfer in a Trombe wall *Energy Conversion and Management*, vol. 34, no. 5, pp. 385-400, 1993.

- [41] Afonso, C. and Oliveira, A., Solar chimneys: Simulation and experiment *Energy and Buildings*, vol. 32, no. 1, pp. 71-79, 2000.
- [42] Ong, K. S. and Chow, C. C., Performance of a solar chimney *Solar Energy*, vol. 74, no. 1, pp. 1-17, 2003.
- [43] Mathur, J., Bansal, N. K., Mathur, S., Jain, M., and Anupma, Experimental investigations on solar chimney for room ventilation *Solar Energy*, vol. 80, no. 8, pp. 927-935, 2006.
- [44] Mathur, J., Mathur, S., and Anupma, Summer-performance of inclined roof solar chimney for natural ventilation *Energy and Buildings*, vol. 38, no. 10, pp. 1156-1163, 2006.
- [45] Burek, S. A. M. and Habeb, A., Air flow and thermal efficiency characteristics in solar chimneys and Trombe Walls *Energy and Buildings*, vol. 39, no. 2, pp. 128-135, 2007.
- [46] Bacharoudis, E., Vrachopoulos, M. Gr., Koukou, M. K., Margaritis, D., Filios, A. E., and Mavrommatis, S. A., Study of the natural convection phenomena inside a wall solar chimney with one wall adiabatic and one wall under a heat flux *Heat Powered Cycles - 04: Applied Thermal Engineering*, vol. 27, no. 13, pp. 2266-2275, 2007.
- [47] Rao, C. G., Interaction of surface radiation with conduction and convection from

a vertical channel with multiple discrete heat sources in the left wall *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, vol. 52, no. 9, pp. 831-848, 2007.

- [48] Aung, W., Fletcher, L. S., and Sernas, V., Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating 15, no. 11, pp. 2293-2308, 1972.
- [49] Incropera, F. P. and DeWitt, D. P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, New York: John Wiley and Sons, 2002.
- [50] Bansal, N. K., Mathur, R., and Bhandari, M. S., Study of solar chimney assisted wind tower system for natural ventilation in buildings *Building and Environment*, vol. 29, no. 4, pp. 495-500, 1994.
- [51] AboulNaga, M. M. and Abdrabboh, S. N., Improving night ventilation into low-rise buildings in hot-arid climates exploring a combined wall-roof solar chimney *Renewable Energy*, vol. 19, no. 1-2, pp. 47-54, 2000.
- [52] Ong, K. S., A mathematical model of a solar chimney *Renewable Energy*, vol. 28, no. 7, pp. 1047-60, 2003.
- [53] Enibe, S. O., Thermal analysis of a natural circulation solar air heater with phase change material energy storage *Renewable Energy*, vol. 28, no. 14, pp. 2269-2299, 2003.
- [54] Youcef-Ali, S., Study and optimization of the thermal performances of the offset rectangular plate fin absorber plates, with various glazing *Renewable Energy*, vol. 30, no. 2, pp. 271-280, 2005.

- [55] Tao, L. N., On combined free and forced convection in channels *American Society of Mechanical Engineers*, vol. 82, no. 3, pp. 233-238, 1960.
- [56] Elenbaas, W., Dissipation of heat by free convection *Journal of Applied Physics*, vol. 19, no. 12, pp. 1154-1148, 1948.
- [57] De Vahl Davis, G. and Jones, I. P., Natural convection in square cavity: a comparison exercise 3, no. 3, pp. 227-248, 1983.
- [58] Le Quere, P., Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number *Computers & Fluids*, vol. 20, no. 1, pp. 29-41, 1991.
- [59] Wan, D. C., Patnaik, B. S. V., and Wei, G. W., A New Benchmark Quality Solution for the Buoyancy-Driven Cavity by Discrete Singular Convolution *Numerical Heat Transfer Part B-Fundamentals*, vol. 40, pp. 199-228, 2001.
- [60] Dixit, H. N. and Babu, V., Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, no. 3-4, pp. 727-739, 2006.
- [61] Ostrach, S., Natural convection in enclosures *Journal of Heat Transfer, Transactions ASME*, vol. 110, no. 4(B), pp. 1175-1190, 1988.
- [62] Prakash, C. and Kaminski, D. A., "Conjugate natural convection in a square enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls," *Heat Transfer in Enclosures. Presented at the Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers.*, pp. 49-54, 1984.

- [63] Du, Z.-G. and Bilgen, E., Coupling of wall conduction with natural convection in a rectangular enclosure *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 35, no. 8, pp. 1969-1975, 1992.
- [64] Yedder, R. B. and Bilgen, E., Turbulent natural convection and conduction in enclosures bounded by a massive wall *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, no. 10, pp. 1879 1995.
- [65] Yedder, R. B. and Bilgen, E., Laminar natural convection in inclined enclosures bounded by a solid wall *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, vol. 32, no. 6, pp. 455-462, 1997.
- [66] Balaji, C. and Venkateshan, S. P., Interaction of radiation with free convection in an open cavity *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 15, no. 4, pp. 317-324, 1994.
- [67] Akiyama, M. and Chong, Q. P., Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square enclosure *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, vol. 32, no. 4, pp. 419-433, 1997.
- [68] Laguerre, O., Ben Amara, S., Moureh, J., and Flick, D., Numerical simulation of air flow and heat transfer in domestic refrigerators *Journal of Food Engineering*, vol. 81, no. 1, pp. 144-156, 2007.
- [69] El Ayachi, R., Raji, A., Hasnaoui, M., and Bahlaoui, A., Combined effect of radiation and natural convection in a square cavity differentially heated with a periodic temperature *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications*, vol. 53, no.

12, pp. 1339-1356, 2008.

- [70] Mahapatra, S. K., Sen, S., and Sarkar, A., Interaction of surface radiation and variable property natural convection in a differentially heated square cavity - a finite element analysis *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, vol. 9, no. 4, pp. 423-443, 1999.
- [71] Kim, D. M. and Viskanta, R., Effect of wall conduction and radiation on natural convection heat transfer in a rectangular cavity. *Numerical Heat Transfer*, vol. 7, no. 4, pp. 449-470, 1984.
- [72] Mezrhab, A. and Bchir, L., Radiation-natural convection interactions in partitioned cavities *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, vol. 8, no. 7, pp. 781-799, 1998.
- [73] Mezrhab, A. and Bchir, L., Radiation-natural convection interactions in partitioned cavities *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, vol. 9, no. 2, pp. 186-203, 1999.
- [74] Mezrhab, A., Bouali, H., Amaoui, H., and Bouzidi, M., Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center *Applied Energy*, vol. 83, no. 9, pp. 1004-1023, 2006.
- [75] Mezrhab, A., Jami, M., Bouzidi, M., and Lallemand, P., Analysis of radiation-natural convection in a divided enclosure using the lattice Boltzmann method *Computers and Fluids*, vol. 36, no. 2, pp. 423-434, 2007.
- [76] Mezrhab, A. , Bouali, H., Amaoui, H., and Abid, C., Natural convection-

radiation cooling of a vertical divided vented channel *Engineering Computations*, vol. 23, no. 7, pp. 818-839, 2006.

- [77] Le Quere, P., Humphrey, J. A. C., and Sherman, F. S., Numerical calculation of thermally driven two-dimensional unsteady laminar flow in cavities of rectangular cross section *Numerical Heat Transfer*, vol. 4, no. 3, pp. 249-83, 1981.
- [78] Chan, Y. L. and Tien, C. L., A numerical study of two-dimensional natural convection in square open cavities *Numerical Heat Transfer*, vol. 8, no. 1, pp. 65-80, 1985.
- [79] Penot, F., Numerical calculation of two-dimensional natural convection in isothermal open cavities *Numerical Heat Transfer*, vol. 5, no. 4, pp. 421-37, 1982.
- [80] Mohamad, A. A., Natural convection in open cavities and slots *Numerical Heat Transfer, Part A (Applications)*, vol. 27, no. 6, pp. 705-16, 1995.
- [81] Sezai, I. and Mohamad, A. A., Three-dimensional simulation of natural convection in cavities with side opening *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 8, no. 7, pp. 800-13, 1998.
- [82] Polat, O. and Bilgen, E., Laminar natural convection in inclined open shallow cavities *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 41, pp. 360–368, 2002.
- [83] El Alami, M., Najam, M., Semma, E., Oubarra, A., and Penot, F., Chimney effect in a "T" form cavity with heated isothermal blocks: The blocks height effect

*Energy Conversion and Management*, vol. 45, no. 20, pp. 3181-3191, 2004.

- [84] Dehghan, A. A. and Behnia, M., Numerical investigation of natural convection in a vertical slot with two heat source elements *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 17, no. 5, pp. 474-482, 1996.
- [85] Behnia, M., Dehghan, A. A., Mishima, H., and Nakayama, W., Numerical study of natural convection immersion cooling of multiple heat sources in parallel interacting open-top cavities *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, no. 4-5, pp. 797-808, 1998.
- [86] Polat, O. and Bilgen, E., Conjugate heat transfer in inclined open shallow cavities *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, no. 9, pp. 1563-1573, 2003.
- [87] Polat, O. and Bilgen, E., Natural convection and conduction heat transfer in open shallow cavities with bounding walls *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, vol. 41, no. 10 , pp. 931-939, 2005.
- [88] Muftuoglu, A. and Bilgen, E., Conjugate heat transfer in open cavities with a discrete heater at its optimized position *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, no. 3-4, pp. 779-788, 2008.
- [89] Lage, J. L. , Lim, J. S., and Bejan, A., Natural convection with radiation in a cavity with open top end *Transactions of the ASME. Journal of Heat Transfer*, vol. 114, no. 2, pp. 479-86, 1992 .
- [90] Singh, S. N. and Venkateshan, S. P., Natural convection with surface radiation in

partially open cavities *Heat and Technology*, vol. 22, no. 2, pp. 57-64, 2004.

- [91] Singh, S. N. and Venkateshan, S. P., Numerical study of natural convection with surface radiation in side-vented open cavities *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 43, no. 9, pp. 865-876, 2004.
- [92] Hinojosa, J. F., Cabanillas, R. E., Alvarez, G., and Estrada, C. E., Nusselt number for the natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 32, no. 9, pp. 1184-1192, 2005.
- [93] Dehghan, A. A. and Behnia, M., Combined natural convection-conduction and radiation heat transfer in a discretely heated open cavity *Journal of Heat Transfer, Transactions ASME*, vol. 118, no. 1, pp. 56-64, 1996.
- [94] Bodoia, J. R. and Osterle, J. F., Finite difference analysis of plane Poiseuille and Couette flow developments *Applied Scientific Research*, vol. 10, no. 3-4, Sec A, pp. 265-276, 1961.
- [95] Clever, R. M., Finite amplitude longitudinal convection rolls in an inclined layer *Journal of Heat Transfer, Transactions ASME*, vol. 95 Ser C, no. 3, pp. 407-408, 1973.
- [96] Baskaya, S., Aktas, M. K., and Onur, N., Numerical simulation of the effects of plate separation and inclination on heat transfer in buoyancy driven open channels *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, vol. 35, no. 4, pp. 273-280, 1999.



- [97] Da Silva, A. K., Lorenzini, G., and Bejan, A., Distribution of heat sources in vertical open channels with natural convection *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 48, no. 8, pp. 1462-1469, 2005.
- [98] Burch, T., Rhodes, T., and Acharya, S., Laminar natural convection between finitely conducting vertical plates *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 28, no. 6, pp. 1173-1186, 1985.
- [99] Anand, N. K., Kim, S. H., and Aung, W., Effect of wall conduction on free convection between asymmetrically heated vertical plates. Uniform wall temperature *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, no. 5, pp. 1025-1028, 1990.
- [100] Kim, S. H., Anand, N. K., and Aung, W., Effect of wall conduction on free convection between asymmetrically heated vertical plates. Uniform wall heat flux *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, no. 5, pp. 1013-1023, 1990.
- [101] Gan, G. and Riffat, S. B., Numerical study of solar chimney for natural ventilation of buildings with heat recovery *Applied Thermal Engineering*, vol. 18, no. 12, pp. 1171-1187, 1998.
- [102] Hall, D. A., Vliet, G. C., and Bergman, T. L., Natural convection cooling of vertical rectangular channels in air considering radiation and wall conduction *Journal of Electronic Packaging, Transactions of the ASME*, vol. 121, no. 2, pp. 75-84, 1999.
- [103] Siegel, R. and Howell, J. R. *Thermal radiation heat transfer*, Washington:

Hemisphere Publishing Corporation, 1981.

- [104] Lauriat, G. and Desrayaud, G., Effect of surface radiation on conjugate natural convection in partially open enclosures *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 45, no. 4, pp. 335-346, 2006.
- [105] Cadafalch, J., Oliva, A., van der Graaf, G., and Albets, X., Natural convection in a large, inclined channel with asymmetric heating and surface radiation *Journal of Heat Transfer*, vol. 125, no. 5, pp. 812-820, 2003.
- [106] Martin, L. , Raithby, G. D., and Yovanovich, M. M., On the low Rayleigh number asymptote for natural convection through an isothermal, parallel-plate channel. *Journal of Heat Transfer*, vol. 113, pp. 899-905, 1991.
- [107] Chen, Z. D., Bandopadhyay, P., Halldorsson, J., Byrjalsen, C., Heiselberg, P., and Li, Y., An experimental investigation of a solar chimney model with uniform wall heat flux *Building and Environment*, vol. 38, no. 7, pp. 893-906, 2003.
- [108] Özisik, M. N. *Heat conduction* , New York: John Wiley and Sons, 1993.
- [109] Sparrow, E. M. and Cess, R. D. *Radiation heat transfer*, Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1978.
- [110] Howell, J. R., Mc Graw-Hill, New York , 1982.
- [111] Zhao, F.-Y., Tang, G.-F., and Liu, D., Conjugate natural convection in enclosures with external and internal heat sources *International Journal of Engineering Science*, vol. 44, no. 3-4, pp. 148-165, 2006.

- [112] Bejan, A. *Convection heat transfer*, New York: John Wiley and Sons, 2004.
- [113] Patankar, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*, New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [114] Bird, R. B., Stewart, W., and Lightfoot, E., Genesis of 'Transport Phenomena' *Chemical & Engineering News*, vol. 73, no. 48, pp. 32 1995.
- [115] Nouanegue H. F., Muftuoglu A., and Bilgen E., Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall *International Journal of Thermal Sciences*, doi:10.1016/j.ijthermalsci.2008.06.008
- [116] Nouanegue H. F., Muftuoglu A., and Bilgen E., Conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.05.009
- [117] Yedder, R. B. and Bilgen, E., Natural convection and conduction in Trombe wall systems *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 34, no. 4-5, pp. 1237-1248, 1991.
- [118] Nouanegue H. F. and Bilgen E., Heat transfer by convection, conduction and radiation in solar chimney systems for ventilation of dwellings *The International Journal of Heat and Fluid Flow*, Soumis pour publication, Avr.-2008.
- [119] Shen, J., Lassue, S., Zalewski, L., and Huang, D., Numerical study of classical

and composite solar walls by TRNSYS *Journal of Thermal Science*, vol. 16, no. 1, pp. 46-55, 2007.

- [120] Nouanegue, H. F., Alandji, L. R., and Bilgen, E., Numerical study of solar-wind tower systems for ventilation of dwellings *Renewable Energy*, vol. 33, no. 3, pp. 434-43, 2008.

## ANNEXE 1 – PROCÉDURE DE DÉFINITION DES INTERFACES EN VUE

Une procédure éliminatoire est élaborée pour déterminer si deux interfaces fluide/solide sont en vue. On a identifié les conditions spécifiques dans lesquels deux interfaces ne sont pas en vue. Un paramètre  $\alpha_s$  est introduit tel que  $\alpha_s=0$  si les interfaces ne sont pas en vue et  $\alpha_s=1$  pour le cas contraire. Dans un premier temps, on a supposé toutes les interfaces en vue et on a procédé par élimination en annulant  $\alpha_s$  dans les cas identifiés par la procédure proposée.

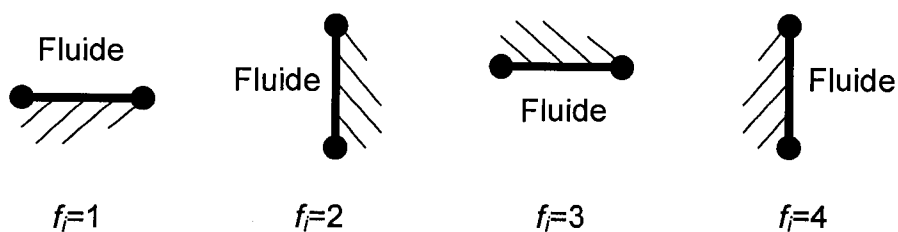


Figure a.1 – Identification des interfaces suivant l'orientation du côté fluide,  $i=1, 2, 3$  : représentant le numéro de l'interface

Tous les interfaces sont identifiés en fonction de l'orientation du côté fluide. Sur la figure a.1, on a présenté les quatre types d'orientation introduit dans le processus représenté par le paramètre  $f_i$  où  $i$  est le numéro de l'interface. La première orientation,

où  $f_i=1$ , est celle de la interface horizontale avec le coté fluide orienté vers le haut. L'orientation opposée avec le coté fluide orienté vers le bas est identifié par  $f_i=3$ . La valeur de  $f_i$  est égale à 2 et 4 respectivement pour les orientations du coté fluide à gauche et à droite. Pour chaque interface, comme on peut le voir sur la figure a.2, trois coordonnées sont attribuées. La position de l'interface est identifiée par la position du point central de l'interface. Les deux autres coordonnées représentent les extrémités de l'interface.

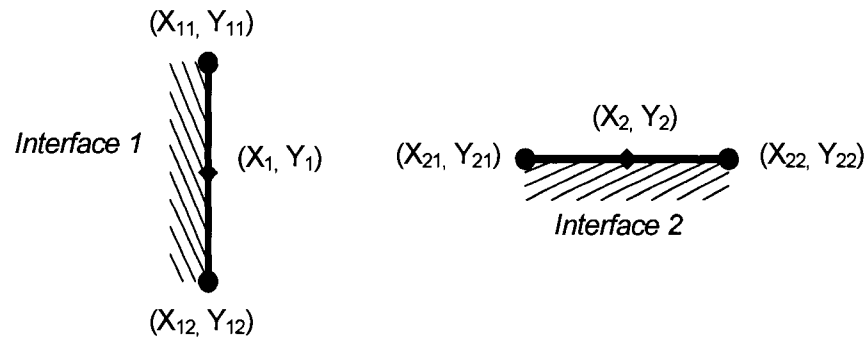


Figure a.2 – Coordonnées attribuées à deux interfaces quelconques

Soit deux interfaces 1 et 2, si les conditions suivantes sont remplies, alors  $\alpha_s=0$  :

- 1)  $f_1 = f_2$  ;
- 2)  $f_1=1$  &  $Y_1 > Y_2$  ;
- 3)  $f_1=2$  &  $X_1 < X_2$  ;
- 4)  $f_1=3$  &  $Y_1 < Y_2$  ;
- 5)  $f_1=4$  &  $X_1 > X_2$  ;

- 6)  $f_1=1 \ \& \ f_2=3 \ \& \ Y_1=Y_2;$
- 7)  $f_1=3 \ \& \ f_2=1 \ \& \ Y_1=Y_2;$
- 8)  $f_1=2 \ \& \ f_2=4 \ \& \ X_1=X_2;$
- 9)  $f_1=4 \ \& \ f_2=2 \ \& \ X_1=X_2;$

Néanmoins, deux interfaces peuvent être en vue mais une troisième empêche le rayonnement entre elles car cette interface se situe entre les deux premières. Alors, on a déterminé les distances  $d_{12}$ ,  $d_{13}$  et  $d_{23}$  respectivement entre les interfaces 1&2, 1&3 et 2&3. La condition nécessaire pour qu'une interface soit interférente et donc  $\alpha_s=0$  est  $d_{13} < d_{12} \ \& \ d_{23} < d_{12}$ . Mais cette condition n'est pas suffisante. L'une des conditions suivantes est suffisante pour que l'interface 3 devienne interférente :

- 1)  $X_1=X_2 \ \& \ X_1=X_3;$
- 2)  $Y_1=Y_2 \ \& \ Y_1=Y_3;$

Pour trois interfaces de position quelconque, comme on peut le voir sur la figure a.3, on a calculé l'équation des droites qui passe par le centre de l'interface 1 et les deux extrémités de l'interface 2. Ensuite, on a identifié la projection en Y des deux extrémités de la interface 3 sur les deux droites  $Y_{311}$ ,  $Y_{321}$ ,  $Y_{312}$ ,  $Y_{322}$ . On a calculé l'écart de ces extrémités par rapport à leur projection. On obtient les valeurs suivantes :

$$\Delta Y_{311} = Y_{311} - Y_{31}$$

$$\Delta Y_{312} = Y_{312} - Y_{31}$$

$$\Delta Y_{321} = Y_{321} - Y_{32}$$

$$\Delta Y_{322} = Y_{322} - Y_{32}$$

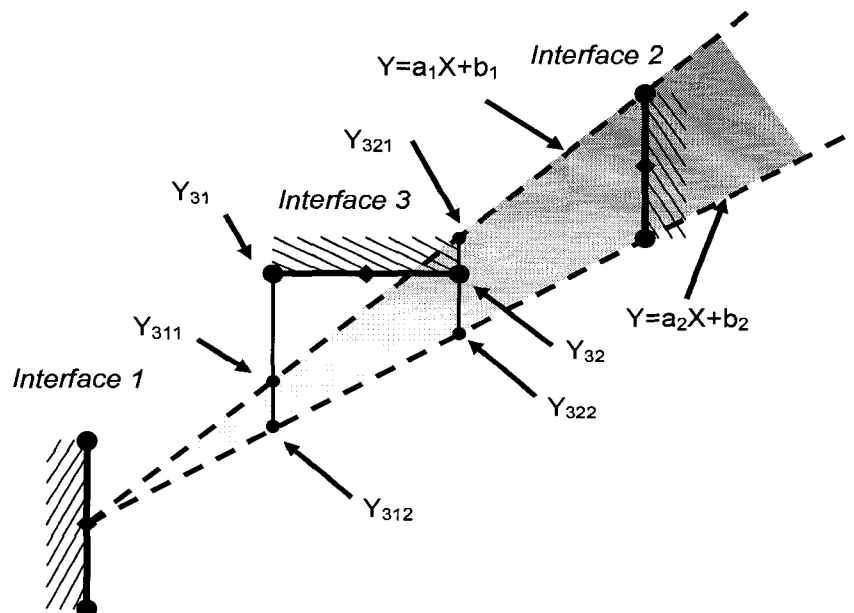


Figure a.3 – Coordonnées pour identifier une interface 3 située entre deux interfaces 1 et 2 en vue.

Ainsi on obtient les conditions suffisantes suivantes :

- 3)  $\Delta Y_{311} > 0$  &  $\Delta Y_{312} < 0$ ;
- 4)  $\Delta Y_{321} > 0$  &  $\Delta Y_{322} < 0$ ;
- 5)  $\Delta Y_{312} < 0$  &  $\Delta Y_{321} > 0$ ;
- 6)  $\Delta Y_{321} < 0$  &  $\Delta Y_{322} > 0$ ;
- 7)  $\Delta Y_{311} < 0$  &  $\Delta Y_{322} > 0$ ;



$$8) \quad \Delta Y_{312} > 0 \text{ \& } \Delta Y_{321} < 0;$$

$$9) \quad \Delta Y_{312} < 0 \text{ \& } \Delta Y_{321} > 0;$$

$$10) \quad \Delta Y_{311} > 0 \text{ \& } \Delta Y_{322} < 0;$$